

УДК 532.5

УПРАВЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТЬЮ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ЛАЗЕРНОЙ НАКАЧКОЙ В УЗКУЮ ЛОКАЛЬНУЮ ЗОНУ. ТЕПЛОИЗОЛИРОВАННАЯ СТЕНКА

© 2024 г. Ю. Н. Григорьев^{1,*}, И. В. Ершов^{1,2,**}¹Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий,
Новосибирск, Россия²Новосибирский государственный аграрный университет,
Новосибирск, Россия

e-mail: grigor@ict.nsc.ru*, ivershov1969@gmail.com**

Поступила в редакцию 03.09.2024 г.

После доработки 01.10.2024 г.

Принята к публикации 01.10.2024 г.

На основе двухтемпературной системы уравнений одномодового колебательно возбужденного газа выполнено исследование влияния локального подвода колебательной энергии на устойчивость сверхзвукового пограничного слоя на пластине. Рассматривались условия полета в атмосфере на высоте $H = 15$ км с числом Маха $M = 4.5$. Показано, что источник с гауссовым профилем мощности малой дисперсии, расположенный вблизи пластины, повышает температуру на пластине. При локализации источника у верхней границы пограничного слоя происходит прогрев значительной области потока. Для двух положений локального источника рассчитаны нейтральные кривые двумерных временных возмущений для I и II мод Мэка, а также их инкременты нарастания. Данные по критическим числам Рейнольдса $Re_{\delta,cr}$ и амплитудам инкрементов сравнивались с аналогичными данными для совершенного газа в отсутствие источника. Показано, что источник вблизи пластины понижает устойчивость слоя, а в верхнем положении, наоборот, увеличивает устойчивость по сравнению с эталонным случаем. С использованием e^N -метода выполнена оценка смещения зоны ламинарно-турбулентного перехода под действием источника колебательной энергии. Для верхнего положения источника смещение начала зоны ламинарно-турбулентного перехода составило 35%. Результаты расчетов позволяют заключить, что локальный ввод колебательной энергии может стать действенным методом управления устойчивостью сверхзвукового пограничного слоя.

Ключевые слова: пограничный слой, устойчивость, управление, активные методы, источник, подвод энергии.

DOI: 10.31857/S0032823524060089 EDN: IGKNGN

1. Введение. Методы стабилизации и управления устойчивостью пограничных слоев составляют важный раздел современной аэродинамики, позволяя решать многочисленные практические задачи, такие как снижение сопротивления летательных аппаратов, увеличение дальности полета, исключение критических тепловых потоков и другие. Преимущество получили так называемые активные методы управления, в первую очередь, широко известные — отсос пограничного слоя и охлаждение обтекаемой поверхности [1]. В ряде случаев возможно использование вдува в погра-

ничный слой, в частности, инородного газа [2]. Для подавления неустойчивости поперечного течения (cross-flow) на скользящем крыле, воздействие на которую затруднено, перспективным представляется использование плазменных актуаторов с сенсорной системой [3].

Возможным методом управляющего воздействия является подвод тепловой энергии в пограничный слой. В работе [4] был выполнен асимптотический анализ устойчивости пограничного слоя молекулярного газа с возбуждением колебательной моды постоянным источником. Было показано, что в зависимости от характеристик потока и источника возможно как повышение, так и понижение критического числа Рейнольдса. К сожалению, работа основывалась на нефизическом понятии знакопеременной второй вязкости, что делает этот результат, по крайней мере, дискуссионным. В [5] имеется краткое обсуждение недостатков использованной в [4] модели.

С помощью источникового слагаемого, добавленного в уравнение энергии, в [6] изучалось влияние пламени, локализованного вблизи поверхности, на устойчивость сверхзвукового пограничного слоя. Было отмечено повышение устойчивости потока на сильно нагретой стенке при наличии источника тепла по сравнению с режимом без источника.

Влияние локального подвода тепловой энергии на устойчивость поперечного течения на стреловидном крыле рассматривалось в работе [7]. Получено, что по мере удаления источника от обтекаемой поверхности, скорость роста возмущений убывает, а начиная с некоторой высоты над пограничным слоем, источник оказывает стабилизирующее влияние. Было предположено, что конкурируют два фактора нагрева. С одной стороны, увеличивается скорость течения, что снижает устойчивость, а с другой стороны, нагрев уменьшает плотность и увеличивает вязкость газа, понижая эффективное число Рейнольдса, что делает течение более устойчивым. Удаленное от поверхности положение источника приводит к прогреву большего объема слоя, в результате чего превалирует второй фактор.

Как отмечалось в [7], положительный эффект, полученный в модельной задаче, трудно реализуем на практике из-за технологической сложности создания источника для непосредственного подвода тепла в узкой области. Проблема может быть решена сфокусированной лазерной накачкой колебательных мод подогреваемого газа.

В данной работе проблема управления устойчивостью сверхзвукового пограничного слоя исследуется на основе двухтемпературной модели колебательно возбужденного газа с локальным источником в уравнении колебательной энергии. Хотя в реальных условиях при лазерном нагреве часть энергии переходит непосредственно в поступательное и вращательное движение молекул, используемое упрощение является вполне приемлемым на начальном этапе.

2. Модель колебательно возбужденного газа. Рассматривается задача линейной устойчивости пограничного слоя на пластине при объемном подводе энергии в слой. Рассмотрение основывается на двухтемпературной системе уравнений одномодового колебательно возбужденного газа [8] с локализованным источником колебательной энергии I . Используемые в ней термодинамические переменные включают в себя вектор скорости потока $\mathbf{u} = (u, v)$, плотность газа ρ , статическое давление p , удельную внутреннюю энергию, связанную с квазиравновесными внутренними степенями свободы e_i , удельную колебательную энергию молекул e_{v1} , поступательную (статическую) температуру T , колебательную температуру T_v . Процессы переноса описываются с помощью коэффициентов сдвиговой вязкости $\eta(T)$ и теплопроводности $\lambda(T)$.

Удельная поступательно-вращательная энергия e_i определяется как

$$e_i(T) = (c_v^{\text{tr}} + c_v^{\text{rot}})T = c_v T,$$

где

$$c_v^{\text{tr}} = \frac{3}{2} \frac{R}{M}, \quad c_v^{\text{rot}} = \frac{R}{M}$$

теплоемкости при постоянном объеме, связанные, соответственно, с квазиравновесными поступательными и вращательными степенями свободы молекул газа, M — молярная масса газа и R — универсальная газовая постоянная. Все физические постоянные в статье берутся для воздуха, молярная масса которого принимается равной $M = 0.029$ кг/моль.

Удельная колебательная энергия e_v рассчитывается в рамках модели гармонического осциллятора для двухатомных молекул [9]:

$$e_v(T_v) = \frac{R\theta_v}{M} \left[\exp\left(\frac{\theta_v}{T_v}\right) - 1 \right]^{-1},$$

где характеристическая температура $\theta_v = 3395$ К.

Сдвиговая вязкость задается посредством закона Сазерленда [10]

$$\eta(T) = \eta_\infty \left[\frac{T_\infty + T_0}{T + T_0} \right] \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^{3/2}$$

Здесь эмпирическая постоянная Сазерленда $T_0 = 111$ К.

Коэффициент теплопроводности $\lambda(T)$ и коэффициент переноса энергии колебательных квантов λ_v выражаются через коэффициент сдвиговой вязкости с помощью приближенных соотношений Эйкена [11]

$$\lambda = \eta \left(\frac{5}{2} c_v^{\text{tr}} + \frac{6}{5} c_v^{\text{rot}} \right), \quad \lambda_v = \frac{6}{5} \eta c_v^{\text{vib}}$$

Время колебательной релаксации $\tau_v = \tau_v(p, T)$ вычисляется по формуле Милликена—Уайта [12]:

$$\tau_v(p, T) = Cp^{-1} \exp(AT^{-1/3}),$$

где $C = 1.69 \cdot 10^{-6}$ Па·с, $A = 220$ К^{1/3}.

Для обезразмеривания системы выбраны: текущее расстояние вдоль пластины $x = L$, величины невозмущенного течения вне пограничного слоя: U_∞ — скорость, ρ_∞ — плотность, T_∞ — температура, η_∞ — сдвиговая вязкость, λ_∞ — теплопроводность, τ_∞ — время колебательной релаксации. Используются также комбинированные величины: L/U_∞ — время, $\rho_\infty U_\infty^2$ — давление, $T_\infty R/M$ — энергия, $p_\infty U_\infty/L$ — скорость подвода энергии. Введена декартова система координат (x, y) , начало которой совпадает с носиком пластины, координата x ориентирована по направлению невозмущенного потока, координата y соответственно направлена в поток по нормали к пластине. В безразмерных переменных система уравнений плоского течения колебательно возбужденного газа имеет вид.

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.1)$$

Уравнения импульсов

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = & -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \eta \left(\mu_b + \frac{1}{3} \right) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\partial \eta}{\partial x} \left(\left(\mu_b + \frac{4}{3} \right) \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\mu_b - \frac{2}{3} \right) \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial \eta}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \eta \left(\mu_b + \frac{1}{3} \right) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial \eta}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial \eta}{\partial y} \left(\left(\mu_b - \frac{2}{3} \right) \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\mu_b + \frac{4}{3} \right) \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \quad (2.3)$$

Уравнение для поступательно-вращательной энергии молекул

$$\rho \left(\frac{\partial e_t}{\partial t} + u \frac{\partial e_t}{\partial x} + v \frac{\partial e_t}{\partial y} \right) + \gamma M^2 p \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{7}{2 \text{Pr Re}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] + \\ + \frac{\gamma M^2 \eta}{\text{Re}} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\mu_b - \frac{2}{3} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] - \\ - \text{Da}_{VT} \rho \left(\frac{e_v(T) - e_v(T_v)}{\tau_v} \right) \quad (2.4)$$

Уравнение для колебательной энергии

$$\rho \left(\frac{\partial e_v}{\partial t} + u \frac{\partial e_v}{\partial x} + v \frac{\partial e_v}{\partial y} \right) = \frac{6\eta}{5\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 e_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 e_v}{\partial y^2} \right) + \frac{6}{5\text{Re}} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial e_v}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial e_v}{\partial y} \right) + \\ + \text{Da}_{VT} \rho \left(\frac{e_v(T) - e_v(T_v)}{\tau_v} \right) + I \quad (2.5)$$

Уравнение состояния

$$\gamma M^2 p = \rho T \quad (2.6)$$

В систему уравнений (2.1)–(2.6) входят безразмерные параметры подобия – число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{\rho_\infty U_\infty L}{\eta_\infty},$$

числа Прандтля Pr и Маха M

$$\text{Pr} = \frac{\eta_\infty c_p}{\lambda_\infty}, \quad M = \frac{U_\infty}{\sqrt{\gamma R T_\infty / M}}, \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v},$$

число Дамкелера VT – энергообмена

$$\text{Da}_{VT} = \frac{L}{U_\infty \tau_\infty},$$

параметр $\mu_b = \eta_{b\infty} / \eta_\infty$ – коэффициент объемной вязкости.

3. Локально автомодельные уравнения пограничного слоя. В качестве стационарного решения в задаче устойчивости используется локально автомодельное решение [13] уравнений стационарного пограничного слоя в приближении Прандтля. Переход к ним от системы (2.1)–(2.6) осуществляется стандартным образом [14, 15]. Вводится «погранслоинное» масштабирование поперечных координаты и скорости

$$\tilde{y} = y \sqrt{\text{Re}}, \quad \tilde{v} = v \sqrt{\text{Re}}$$

Используя разложение перенормированной системы по малому параметру $\text{Re}^{-1/2}$

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}^{(0)} + \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}} \mathbf{f}^{(1)} + \frac{1}{\text{Re}} \mathbf{f}^{(2)} + \dots,$$

где $\mathbf{f}$ – вектор текущих параметров газа, в нулевом приближении имеем классическую систему уравнений пограничного слоя Прандтля.

В локально автомодельном приближении система уравнений пограничного слоя имеет вид:

$$(\rho\eta\varphi'')' + \varphi\varphi'' = 0 \quad (3.1)$$

$$(\rho\eta T')' + \text{Pr}\varphi T' + \frac{\text{Pr}M^2}{10}\rho\eta\varphi''^2 - \frac{8}{7}\text{Da}_{\text{VT}}\text{Pr}\xi \frac{[e_v(T) - e_v(T_v)]}{\tau_v} = 0 \quad (3.2)$$

$$(\rho\eta e'_v)' + \frac{5}{6}\varphi e'_v + \frac{10}{3}\text{Da}_{\text{VT}}\xi \frac{[e_v(T) - e_v(T_v)]}{\tau_v} + \frac{10}{3}\xi \frac{I}{\rho} = 0 \quad (3.3)$$

Локально автомодельные уравнения (2.1)–(2.3) замыкаются уравнением состояния

$$\rho T = 1, \quad p = 1 / (\gamma M^2) \quad (3.4)$$

Здесь независимые переменные Дородницына – Хоуарда определены как

$$\xi(x) = x, \quad \zeta = \frac{1}{2\sqrt{\xi}} \int_0^y \rho(x, z) dz, \quad (3.5)$$

вспомогательная функция

$$\varphi(\zeta) = 2 \int_0^\zeta u(z) dz$$

связана с функцией тока [14]. Штрих в уравнениях (3.1)–(3.3) обозначает дифференцирование по ζ .

На нижней и верхней границах пограничного слоя при $\zeta = 0$ и при $\zeta \rightarrow \infty$ соответственно ставились граничные условия:

$$\varphi(0) = \varphi'(0) = T'(0) = T'_v(0) = 0, \quad \varphi'(\infty) = 2, \quad T(\infty) = T_v(\infty) = 1$$

Обратный пересчет локально автомодельных профилей термогидродинамических переменных к исходной поперечной координате осуществляется по формуле

$$y = 2\sqrt{\xi} \int_0^\zeta \frac{dz}{\rho(z)} \quad (3.6)$$

4. Линеаризованные уравнения для амплитуд возмущений. Для линеаризации системы уравнений (2.1)–(2.6) мгновенные значения гидродинамических переменных представлялись в виде

$$u = U_s(y) + u', \quad v = v', \quad \rho = \rho_s(y) + \rho'$$

$$T = T_s(y) + T', \quad T_v = T_{vs}(y) + T'_v, \quad p = p_s + p',$$

где индексом “s” обозначены значения гидродинамических переменных, относящиеся к стационарному решению уравнений пограничного слоя в локально автомодельном приближении, а штрих обозначает возмущения гидродинамических пере-

менных. Возмущения сложных функций вычислялись как полные дифференциалы по возмущениям газодинамических переменных, в которых производные брались на стационарном решении. Например, возмущения коэффициентов переноса представляются как

$$\eta = \eta_s + \eta' = \eta_s + \eta_{Ts} T', \quad \lambda = \lambda_s + \lambda' = \lambda_s + \lambda_{Ts} T',$$

где

$$\eta_{Ts} = \left. \frac{\partial \eta}{\partial T} \right|_{T=T_s}, \quad \lambda_{Ts} = \left. \frac{\partial \lambda}{\partial T} \right|_{T=T_s}$$

Возмущение источника колебательной энергии не рассматривалось.

На основе линеаризованной системы, записанной в переменных возмущений $q' = (u', v', \rho', T', T'_v, p')$, рассматривалась устойчивость двумерных возмущений типа бегущих плоских волн вида

$$\mathbf{q}'(x, y, t) = \mathbf{q}(y) \exp[i(\alpha x - \omega t)], \quad \mathbf{q}(y) = (u, \alpha v, \rho, \theta, \theta_v, p) \quad (4.1)$$

В общем случае $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ – комплексное волновое число вдоль переменной x и $\omega = \omega_r + i\omega_i$ – комплексная частота, i – мнимая единица.

Подстановка (4.1) в линеаризованную систему дает систему уравнений для амплитуд возмущений:

$$D\rho + \alpha\rho_s\sigma + \alpha v \frac{d\rho_s}{dy} = 0 \quad (4.2)$$

$$\frac{\eta_s}{\text{Re}} \Delta_y u - \rho_s Du - \alpha v \rho_s \frac{dU_s}{dy} - i\alpha\varepsilon + \frac{1}{\text{Re}} \frac{d\eta_s}{dy} \left(\frac{du}{dy} + i\alpha^2 v \right) + \frac{1}{\text{Re}} \frac{d}{dy} \left(\eta \frac{dU_s}{dy} \right) = 0 \quad (4.3)$$

$$\frac{\alpha\eta_s}{\text{Re}} \Delta_y v - \alpha\rho_s Dv - \frac{d\varepsilon}{dy} + \frac{\alpha}{\text{Re}} \left(\frac{dv}{dy} - iu \right) \frac{d\eta_s}{dy} + \frac{i\alpha\eta}{\text{Re}} \frac{dU_s}{dy} = 0 \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{7\lambda_s}{2\text{PrRe}} \Delta_y \theta - \rho_s D\theta - \alpha v \rho_s \frac{de_s}{dy} - \alpha\gamma M^2 p_s \sigma + \\ & + \frac{2\gamma M^2 \eta_s}{\text{Re}} \left(\frac{du}{dy} + i\alpha^2 v \right) \frac{dU_s}{dy} + \frac{\gamma M^2 \eta}{\text{Re}} \left(\frac{dU_s}{dy} \right)^2 + \frac{7}{2\text{PrRe}} \left[\frac{d\lambda_s}{dy} \frac{d\theta}{dy} + \frac{d}{dy} \left(\lambda \frac{dT_s}{dy} \right) \right] + \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} & - \text{Da}_{VT} \rho_s \left(\frac{e_v(\theta) - e_v(\theta_v)}{\tau_{vs}} \right) - \text{Da}_{VT} \rho \left(\frac{e_{vs}(T_s) - e_{vs}(T_{vs})}{\tau_{vs}} \right) = 0 \\ & \frac{6\eta_s}{5\text{Re}} \Delta_y e_v - \rho_s D e_v - \alpha v \rho_s \frac{de_{vs}}{dy} + \frac{6}{5\text{Re}} \frac{d\eta_s}{dy} \frac{de_v}{dy} + \frac{6}{5\text{Re}} \frac{d}{dy} \left(\eta \frac{de_{vs}}{dy} \right) + \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} & + \text{Da}_{VT} \rho_s \left[\frac{e_v(\theta) - e_v(\theta_v)}{\tau_{vs}} \right] + \text{Da}_{VT} \rho \left[\frac{e_{vs}(T_s) - e_{vs}(T_{vs})}{\tau_{vs}} \right] = 0 \\ & p = p_s \left[\frac{\rho}{\rho_s} + \frac{\theta}{T_s} \right], \quad p_s = \frac{\rho_s T_s}{\gamma M^2}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

где

$$\Delta_y = \frac{d^2}{dy^2} - \alpha^2, \quad D = i\alpha \left(U_s - \frac{\omega}{\alpha} \right), \quad \sigma = \frac{dv}{dy} + iu, \quad \varepsilon = p - \frac{\alpha\eta_s}{\text{Re}} \left(\mu_b + \frac{1}{3} \right) \sigma$$

$$\eta = \eta_{Ts} \theta, \quad \lambda = \lambda_{Ts} \theta, \quad e_t = e_{t,Ts} \theta, \quad e_v = e_{v,Ts} \theta_v$$

Принималось, что при $y = 0$ и $y \rightarrow \infty$ все возмущения обращаются в нуль.

5. Результаты расчетов. Для оценки возможности управления устойчивостью сверхзвукового пограничного слоя выбран режим полета в невозмущенной атмосфере на высоте $H = 15$ км при числе Маха набегающего потока $M = U_\infty/c_\infty = 4.5$. Значения скорости звука c_∞ , вязкости η_∞ , температуры T_∞ и плотности ρ_∞ атмосферы на высоте $H = 15$ км взяты из [15,16]: $c_\infty = 295.07$ м/с, $\eta_\infty = 14.45$ мкПа·с, $T_\infty = 216.65$ К, $\rho_\infty = 0.1948$ кг/м³. Скорость потока $U_\infty = 1327.82$ м/с.

5.1. Расчеты стационарного течения. В локально автомодельных переменных (3.5), в которых рассчитывались профили параметров стационарного течения, функция источника задавалась с помощью распределения Гаусса

$$I = I_0 \exp \left[-\frac{(\zeta - \zeta_0)^2}{\Delta^2} \right], \quad (5.1)$$

где I_0 – амплитуда мощности источника, ζ_0 – координата центра источника энергии и Δ – его характерная ширина. Выбор параметров источника исходил из того, чтобы комплекс $I_0 \Delta$, характеризующий вкладываемую мощность, значительно превышал среднюю по слою объемную плотность колебательной энергии. Вместе с тем требовалась достаточная локализация подвода энергии по отношению к толщине слоя, так чтобы $\Delta \ll \delta$. Сравнивалось два положения источника – вблизи верхней границы слоя ζ_{0h} и вблизи пластины ζ_{0p} . На основе оценок и предварительных расчетов были выбраны следующие параметры источника в форме (5.1) – $\zeta_{0p} = 1$, $I_{0p} = 0.5$ и $\zeta_{0h} = 7$, $I_{0h} = 1$. В обоих случаях было принято $\Delta = 0.2$.

Краткое описание численного алгоритма для системы (3.1)–(3.4) дано в работе [18]. Там же было показано, что численные решения системы полных уравнений колебательно возбужденного сверхзвукового пограничного слоя для распространенных граничных условий на больших расстояниях от носика пластины выходят на локально автомодельные решения системы (3.1)–(3.4), чем обосновывается использование последних в задачах устойчивости.

Результаты расчетов профилей скорости и температур стационарного течения приведены на рис. 1. Здесь и на остальных рисунках в статье сплошными линиями

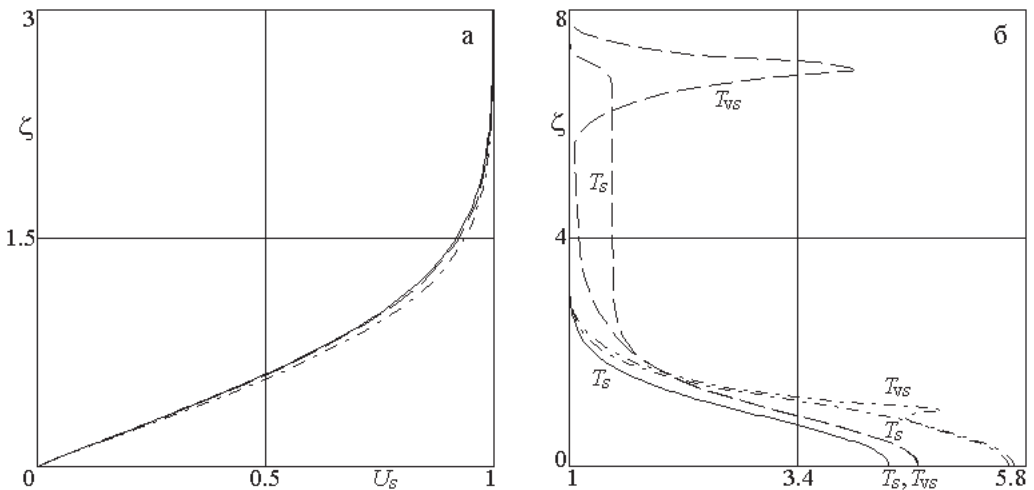


Рис. 1. Профили газодинамических переменных стационарного течения

показаны результаты для совершенного газа, штрихпунктирными — для колебательно возбужденного газа вблизи пластины при $\xi_{0p} = 1$, $I_{0p} = 0.5$ и штриховыми — для колебательно возбужденного газа с источником в верхней части пограничного слоя при $\xi_{0h} = 7$, $I_{0h} = 1$.

Рис. 1 подтверждает ранее установленный факт, что даже сильная термическая [8] и химическая [15] неравновесности практически не влияют на профиль скорости на пластине. Из графиков на рис. 1 видно, что источник при $\xi_{0p} = 1$ сильно увеличивает колебательную T_{vs} и статическую T_s температуры у пластины, но слабо влияет на статическую температуру в средней и верхней частях слоя. В то же время источник при $\xi_{0h} = 7$ дает значительное повышение статической температуры в большей части объема слоя. Это согласуется с отмеченным в [7] эффектом прогрева большей части слоя при положении источника вблизи верхней границы.

5.2. *Характеристики устойчивости в зависимости от положения источника.* Для оценки влияния локального подвода энергии на устойчивость пограничного слоя рассчитывались кривые нейтральной устойчивости и кривые инкрементов роста временных возмущений для двух положений источника, которые сравнивались с соответствующими данными для совершенного газа. Для получения кривых нейтральной устойчивости для системы (4.2)–(4.7) методом коллокаций решались спектральные задачи, в которых собственными значениями являлись вещественные значения частоты ω_r , а числа Рейнольдса $Re_\delta = Re^{-1/2}$ и вещественные части волновых чисел α_r служили параметрами. Подробное описание алгоритма расчета представлено в [8]. Рассчитывались наиболее неустойчивые I и II моды Мэка [19]. Полученные нейтральные кривые даны на рис. 2. Видно, что источник вблизи пластины понижает устойчивость слоя, а в верхнем положении, наоборот, увеличивает устойчивость по сравнению со случаем отсутствия источника. Соответствующие значения критических чисел Рейнольдса $Re_{\delta,cr}$ и частот $\omega_{r,cr}$ приведены в табл. 1. Можно получить, что для наиболее неустойчивой моды II абсолютные относительные смещения $Re_{\delta,cr}$ составляют для нижнего и верхнего положений источника соответственно $\Delta_p Re_{\delta,cr} = 11\%$ и $\Delta_h Re_{\delta,cr} = 35\%$.

На рис. 3 приведены кривые $\omega_i(\alpha)$ инкрементов временных возмущений, полученные для областей неустойчивости мод I и II для чисел Рейнольдса $Re_\delta = 715$ и 830

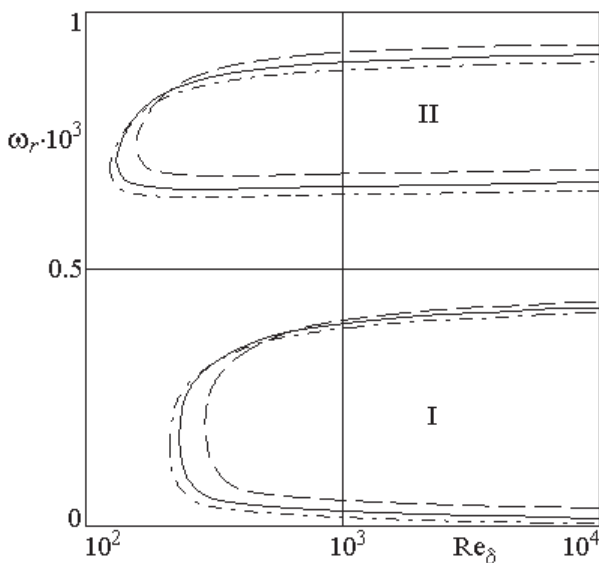
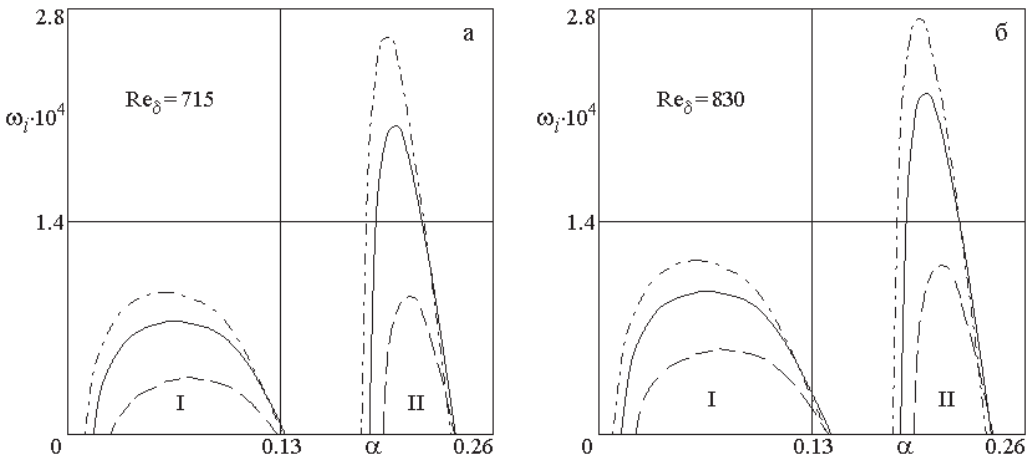


Рис. 2. Кривые нейтральной устойчивости временных возмущений двумерных мод I и II

Таблица 1. Критические числа Рейнольдса $Re_{\delta,cr}$ и соответствующие частоты $\omega_{r,cr}$

I_0	$Re_{\delta,cr}$	$\omega_{r,cr} \cdot 10^4$
Мода I		
0	462	2.031
0.5	427	1.831
1	571	2.341
Мода II		
0	221	6.253
0.5	196	6.109
1	299	6.528

**Рис. 3.** Инкременты роста двумерных мод I и II

соответственно. Можно констатировать, что источник вблизи поверхности приводит к относительно небольшому возрастанию в пределах 20% максимальных значений инкрементов обеих мод. В то время как при верхнем положении источника максимумы инкрементов понижаются более, чем вдвое.

5.3. Влияние источника на зону ламинарно-турбулентного перехода. С практической точки зрения интерес представляет оценка смещения зоны ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП) под действием источника колебательной энергии. В расчетах использовался известный e^N -метод [20], основанный на представлении об экспоненциальном нарастании пространственных возмущений до определенного уровня амплитуды начала ЛТП. Подробное изложение численного алгоритма дано в [13]. Диапазон частот пространственных возмущений принимался как разность предельных ординат областей неустойчивости временных возмущений на кривых рис. 2 для моды II. Затем для множества выбранных точек на прямых $\omega_r = \text{const}$ из решения спектральных задач относительно $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ находились инкременты (декременты) $-\alpha_i$ пространственных возмущений. На полученном дискретном наборе рассчитывались кривые N -факторов

$$N_{\omega}(Re_{\delta(x)}) = -2 \int_{Re_{\delta(x0)}}^{Re_{\delta(x)}} \alpha_i^* dRe_{\delta(x)}, \quad \alpha_i^* = \alpha_i \sqrt{\frac{x\eta_{\infty}}{\rho_{\infty} U_{\infty}}} \quad (5.2)$$

по квадратурным формулам для интегралов вида (5.2), рассматриваемых как функция верхнего предела, который наращивался до тех пор, пока монотонное возрастание квадратуры не сменялось на убывание. Для полученного семейства кривых N -факторов на плоскости (Re_x, N) строилась огибающая, точка пересечения которой с заданным значением фактора перехода $N = N_T$ определяла координату Re_{xT} начала зоны ЛТП.

Результаты расчетов кривых N -факторов приведены на рис. 4. Приведены огибающие семейств N -факторов в каждом из рассматриваемых случаев: для совершенного газа, для колебательно возбужденного газа с источником вблизи пластины при $\xi_{0p} = 1$, $I_{0p} = 0.5$, для колебательно возбужденного газа с источником в верхней части пограничного слоя при $\xi_{0h} = 7$, $I_{0h} = 1$.

Выбрано значение $N_T = 8$, которое используется для течений с низким уровнем внешних возмущений. На рис. 4 прямая $N = 8$ нанесена пунктиром. Точки a , b и c определяют начало зоны ЛТП и показывают значения чисел Re_{xT} для совершенного газа и двух положений источника. Соответствующие числовые значения Re_{xT} приведены в табл. 2. Как следует из данных табл. 2, абсолютные отклонения по отношению к эталонному случаю совершенного газа составляют для нижнего положения источника $\Delta Re_{xT} = 11.1\%$, а для верхнего — $\Delta Re_{xT} = 35.3\%$. Полученные значения практически совпадают с соответствующими величинами для критических чисел Рейнольдса на нейтральных кривых рис. 2. Это позволяет заключить, что локальный ввод колебательной энергии может служить действенным способом управления устойчивостью сверхзвукового пограничного слоя.

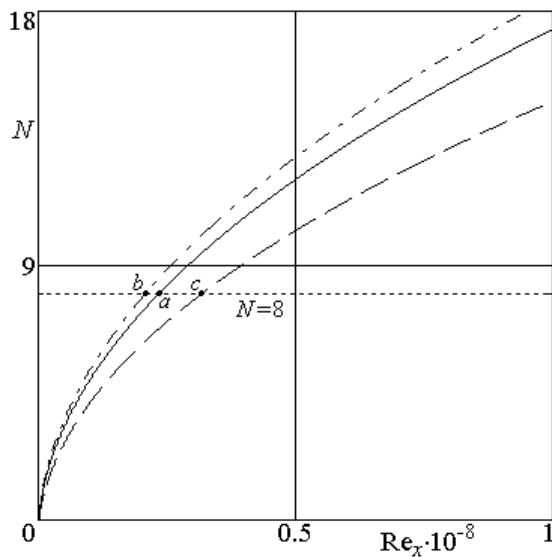


Рис. 4. Кривые N -факторов и положение ЛТП двумерной моды II

Таблица 2. Параметры начала зоны ЛТП

I_0	$Re_{xT} \cdot 10^{-7}$	$\omega_{IT} \cdot 10^4$
0	2.381	6.125
0.5	2.115 (11.1%)	6.488
1	3.223 (35.3%)	5.523

Характер поведения графиков статической температуры на рис. 1 позволяет дать качественное объяснение влияния положения источника на устойчивость пограничного слоя по аналогии с данной в [1] трактовкой связи устойчивости с нагревом обтекаемой поверхности. Полученное для нижнего положения источника повышение температуры у пластины дает дополнительный нагрев, приводящий к уменьшению устойчивости. В то же время значительный прогрев основного объема слоя при верхнем положении источника увеличивает вязкость и уменьшает плотность в потоке, уменьшая эффективное число Рейнольдса, а также создает эффект относительного «понижения» температуры стенки. В связи с этим устойчивость пограничного слоя возрастает. Этот результат определяется мощностью и геометрией источника, его положением относительно пластины, температурой стенки и другими факторами, роль которых предстоит выяснить при дальнейшем исследовании.

Закключение. В рамках двухтемпературной модели одномодового колебательно возбужденного газа исследовано влияние локального подвода колебательной энергии на устойчивость сверхзвукового пограничного слоя на пластине. Рассматривались условия полета в невозмущенной атмосфере на высоте $H = 15$ км с числом Маха $M = 4.5$. Показано, что источник с гауссовым профилем мощности малой дисперсии, расположенный вблизи пластины, повышает температуру на пластине. При локализации источника у верхней границы пограничного слоя происходит прогрев значительной области потока. Для двух положений локального источника рассчитаны нейтральные кривые двумерных временных возмущений для I и II мод Мэка, а также их инкременты нарастания. Данные по критическим числам Рейнольдса $Re_{\delta,cr}$ и амплитудам инкрементов сравнивались с аналогичными данными для совершенного газа в отсутствие источника. Получено, что источник вблизи пластины понижает устойчивость слоя, а в верхнем положении, наоборот, увеличивает устойчивость по сравнению с эталонным случаем. В частности, для наиболее неустойчивой моды II абсолютные относительные смещения $Re_{\delta,cr}$ составили для нижнего и верхнего положений источника соответственно $\Delta_p Re_{\delta,cr} = 11\%$ и $\Delta_h Re_{\delta,cr} = 35\%$.

С использованием e^N -метода выполнена оценка смещения зоны ламинарно–турбулентного перехода под действием источника колебательной энергии. Полученные абсолютные отклонения чисел Рейнольдса перехода по отношению к эталонному случаю отсутствия источника практически совпали с соответствующими отклонениями критических чисел Рейнольдса $Re_{\delta,cr}$.

В качестве объяснения механизма воздействия источника предположено, что понижение устойчивости при подводе энергии вблизи пластины вызвано повышением ее температуры. При верхнем положении источника значительный прогрев основного объема слоя увеличивает вязкость и уменьшает плотность в потоке, уменьшая эффективное число Рейнольдса, что приводит к повышению устойчивости пограничного слоя.

Результаты расчетов позволяют заключить, что локальный ввод колебательной энергии может стать действенным методом управления устойчивостью сверхзвукового пограничного слоя.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-11-00027, <https://rscf.ru/project/23-11-00027/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
2. Гапонов С.А., Ермолаев Ю.Г., Зубков Н.Н. и др. Исследование влияния вдува тяжелого газа в сверхзвуковой пограничный слой на его ламинарно–турбулентный переход // Изв. РАН. МЖГ. 2017. № 6. С. 61–69.

3. *Abdullaev A, Kotvitskii A, Moralev I, Ustinov M.* On the possibility of cross-flow vortex cancellation by plasma actuators // *Aerospace*. 2023. V. 10. № 5. P. 469.
4. *Молевич Н.Е.* Асимптотический анализ устойчивости плоскопараллельного пограничного слоя сжимаемого релаксирующего газа // *Изв. РАН. МЖГ*. 1999. № 5. С. 82–88
5. *Григорьев Ю.Н., Ершов И.В.* Асимптотическая оценка устойчивости сверхзвукового пограничного слоя в колебательно возбужденном газе на пластине // *ПММ*. 2019. Т. 83. Вып. 5–6. С. 749–769.
6. *Гапонов С.А.* Устойчивость сверхзвукового пограничного слоя при подводе тепла в его узкую полосу // *Теплофиз. и аэромех.* 2021. Т. 28. № 3. С. 351–360.
7. *Мануйлович С.В., Устинов М.В.* Влияние подвода тепла на устойчивость поперечного течения в пространственном пограничном слое // *Изв. РАН. МЖГ*. 2014. № 5. С. 45–51.
8. *Григорьев Ю.Н., Ершов И.В.* Линейная устойчивость сверхзвукового пограничного слоя релаксирующего газа на пластине // *Изв. РАН. МЖГ*. 2019. № 3. С. 3–15.
9. *Vincenti W.G., Kruger C.H.* Introduction to Physical Gas Dynamics. Malabar: Krieger, 1986. 538 p.
10. *Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П. и др.* Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. Т. III. М.: ВИНТИ АН СССР, 1973. 624 с.
11. *Ферцигер Дж., Канер Г.К.* Математическая теория процессов переноса в газах. М.: Мир, 1976. 555 с.
12. *Monchik L, Yun K.S., Mason E.A.* Relaxation effects in transport properties of a sough spheres // *J. Chem. Phys.* 1963. V. 38. P. 1282–1287.
13. *Григорьев Ю.Н., Ершов И.В.* Влияние колебательного возбуждения газа на положение зоны ламинарно-турбулентного перехода на пластине // *ПМТФ*. 2021. Т. 62. № 1. С. 14–21.
14. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.;Л.: ГИТТЛ, 1950. 676 с.
15. *Григорьев Ю.Н., Горобчук А.Г., Ершов И.В.* Модель пограничного слоя колебательно-возбужденного диссоциирующего газа // *Теплофиз. и аэромех.* 2021. Т. 28. № 5. С. 667–689.
16. *Таблицы физических величин: Справочник / под ред. Кикоина И.К.* М.: Атомиздат, 1976. 1008 с.
17. *Енохович А.С.* Справочник по физике. М.: Просвещение, 1990. 384 с.
18. *Григорьев Ю.Н., Горобчук А.Г., Ершов И.В.* Расчеты сверхзвукового пограничного слоя в полной и локально автомодельной постановках // *Вычисл. технол.* 2020. Т. 25. № 2. С. 50–62.
19. *Mack L.M.* Boundary Layer Stability Theory. JPL Technical Rep., Document 900–277. Pasadena: California Inst. Technology, 1969. 272 p.
20. *Mack L.M.* A numerical method for the prediction of high-speed boundary-layer transition using linear theory // *Aerodyn. Anal. Requiring Advanced Comput. Pt.I.* Washington: NASA, 1975. P. 101–123.

Stability Control of the Supersonic Boundary Layer by Laser Pumping into a Narrow Local Area. Heat-Insulated Wall

Yu. N. Grigoryev^{a, #}, I. V. Ershov^{a, b, ##}

^a*Federal Research Center for Information and Computational Technologies, Novosibirsk, Russia*

^b*Novosibirsk State Agrarian University, Novosibirsk, Russia*

e-mail: grigor@ict.nsc.ru[#], ivershov1969@gmail.com^{##}

Effect of local supply of vibrational energy on the stability of a supersonic boundary layer on a plate is studied on the base of two-temperature system of equations for a single-mode vibrationally excited gas. The flight conditions in the atmosphere at an altitude of $H = 15$ km with a Mach number $M = 4.5$ were considered. It is shown that a source with a Gaussian power low dispersion profile located near the plate increases the temperature on the plate. When the source is localized at the upper boundary of the boundary layer, a significant area of the flow is heated. For two positions of the local source, neutral curves of two-dimensional temporal disturbances for the I and II Mack modes, as well as their

increase increments, are calculated. Data on critical Reynolds numbers $Re_{\delta,cr}$ and increment amplitudes were compared with similar data for a perfect gas without a source. It is shown that the source near the plate reduces the stability of the layer, and in the upper position, on the contrary, increases the stability compared to the reference case. The displacement of the laminar-turbulent transition zone under the action of vibrational energy source was estimated using the e^N -method. For the upper position of the source, the shift of the beginning of the laminar-turbulent transition zone was 35%. The calculation results allow us to conclude that the local input of vibrational energy can become an effective method for controlling the stability of a supersonic boundary layer.

Keywords: boundary layer, stability, control, active methods, source, energy supply.

REFERENCES

1. *Schlichting H.* Boundary Layer Theory. N.Y.: McGraw-Hill, 1979. 817 p.
2. *Gaponov S.A., Ermolaev Yu.G., Zubkov N.N. et al.* Investigation of the effect of heavy gas injection into a supersonic boundary layer on laminar-turbulent transition // *Fluid Dyn.*, 2017, vol. 52, no. 6, pp. 769–776.
3. *Abdullaev A, Kotvitskii A, Moralev I, Ustinov M.* On the possibility of cross-flow vortex cancellation by plasma actuators // *Aerospace*, 2023, vol. 10, no. 5, p. 469.
4. *Molevich N.E.* Asymptotic analysis of the stability of a plane-parallel compressible relaxing boundary layer // *Fluid Dyn.*, 1999, vol. 34, no. 5, pp. 675–680.
5. *Grigoryev Yu.N., Ershov I.V.* Asymptotic estimate of stability of a supersonic boundary layer in a vibrationally excited gas on a plate // *Fluid Dyn.*, 2019, vol. 54, no. 8, pp. 1020–1037.
6. *Gaponov S.A.* Stability of a supersonic boundary layer with heat supply to a narrow band of the layer // *Thermophys. Aeromech.*, 2021, vol. 28, no. 3, pp. 327–335.
7. *Manuilovich S.V., Ustinov M.V.* Heat addition effect on the instability of the crossflow in a three-dimensional boundary layer // *Fluid Dyn.*, 2014, vol. 49, no. 5, pp. 602–607.
8. *Grigor'ev Yu.N., Ershov I.V.* Linear stability of the boundary layer of relaxing gas on a plate // *Fluid Dyn.*, 2019, vol. 54, no. 3, pp. 295–307.
9. *Vincenti W.G., Kruger C.H.* Introduction to Physical Gas Dynamics. Malabar: Krieger, 1986. 538 p.
10. *Alemasov V.E., Dregalin A.F., Tishin A.P. et al.* Thermodynamic and Thermophysical Properties of Combustion Products. Vol. III. Moscow: VINITI AS of the USSR, 1973. 624 p. (in Russian)
11. *Ferziger J.H., Kaper H.G.* Mathematical Theory of Transport Processes in Gases. Amsterdam: North-Holland Publ. Co., 1972. 550 p.
12. *Monchik L, Yun K.S., Mason E.A.* Relaxation effects in transport properties of a sough spheres // *J. Chem. Phys.*, 1963, vol. 38, pp. 1282–1287.
13. *Grigoryev Yu.N., Ershov I.V.* Influence of vibrational excitation of the gas on the position of the laminar-turbulent transition region on a flat plate // *J. Appl. Mech.&Tech. Phys.*, 2021, vol. 62, no. 1, pp. 11–17.
14. *Loitsyanskii L.G.* Mechanics of Liquids and Gases. Oxford: Pergamon, 1966. 804 p.
15. *Grigoryev Yu.N., Gorobchuk A.G., Ershov I.V.* Model of the boundary layer of a vibrationally excited dissociating gas // *Thermophys. Aeromech.*, 2021, vol. 28, no. 5, pp. 635–647.
16. *Tables of Physical Quantities, Handbook / ed. by Kikoin I.K.* Moscow: Atomizdat, 1976. 1008 p. (in Russian)
17. *Enochovich A.S.* Handbook of Physics. Moscow: Education, 1990. 384 p.
18. *Grigoryev Y.N., Gorobchuk A.G., Ershov I.V.* Calculations of supersonic boundary layer in the full and locally self-similar formulations // *Comput. Technol.*, 2020, vol. 25, no. 2, pp. 50–62. (in Russian)
19. *Mack L.M.* Boundary Layer Stability Theory. JPL Technical Rep., Document 900–277. Pasadena: California Instit. Technol., 1969. 272 p.
20. *Mack L.M.* A numerical method for the prediction of high-speed boundary-layer transition using linear theory // *Aerodyn. Anal. Requiring Advanced Comput. Part I.* Washington: NASA, 1975. pp. 101–123.