

УДК 533.72

ОСОБЕННОСТИ ФОТОФОРЕТИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ КАПЛИ В ВЯЗКОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ БИНАРНОЙ ГАЗОВОЙ СРЕДЕ© 2024 г. Н. В. Малай^{1,*}, П. В. Сохань^{1,**}, Ю. И. Шостак^{1,***}¹Белгородский государственный национальный исследовательский университет,

Белгород, Россия

*e-mail: malay@bsu.edu.ru,

**e-mail: sokhanp95@gmail.com,

***e-mail: juliashostak@mail.ru

Поступила в редакцию 01.10.2023 г.

После доработки 26.11.2023 г.

Принята к публикации 15.12.2023 г.

В квазистационарном приближении при малых числах Рейнольдса и Пекле проведено теоретическое описание фотофоретического движения в вязкой неизотермической бинарной газовой среде крупной испаряющейся капли сферической формы при значительных относительных перепадах температуры в ее окрестности. При описании свойств газообразной среды учитывался степенной вид зависимости коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, диффузии и теплопроводности) и плотности от температуры. Проведенные численные оценки показали нелинейный характер зависимости фотофоретической силы и скорости от средней температуры поверхности капли.

Ключевые слова: фотофорез крупной нагретой испаряющейся капли

DOI: 10.31857/S0032823524010066 EDN: YUOSEM

1. Введение. В термодинамически неравновесных по температуре и концентрации бинарных газовых средах возникает упорядоченное движение взвешенных в них аэрозольных частиц, обусловленное силами молекулярной природы. В частности, фотофоретическое движение [1, 2]. При анализе этого явления следует различать три взаимосвязанные задачи: электродинамическую задачу (расчет характеристик поглощенного электромагнитного поля в объеме частицы), тепловую задачу (расчет температурных полей в объеме и на поверхности частицы) и газокинетическую задачу (описание тепло— и массопереноса в газовой фазе, вычисление полей сил, давлений, скоростей движения частиц и т.д.).

Традиционное понимание природы фотофореза сводится к следующему: находящаяся в поле направленного излучения твердая частица поглощает электромагнитную энергию, которая преобразуется в тепло и вызывает неоднородный нагрев ее поверхности. В свою очередь, на неоднородно нагретую частицу, помещенную в газ, действует фотофоретическая сила, приводящая ее в движение. Появление этой силы обусловлено тем, что молекулы газа, окружающие частицу после соударения с ее поверхностью, отражаются от нагретой стороны

с большим импульсом, чем от холодной. Частица начинает двигаться за счет нескомпенсированного импульса.

Первые расчеты распределения плотности электромагнитного поля в объеме крупных твердых сферических частиц, рассчитанные по теории Ми [3], качественно объяснили природу положительного и отрицательного фотофореза (движение частиц по и против направления распространения излучения). Однако расчеты интенсивности внутреннего поля еще не дают однозначной информации о направлении и величине фотофоретической силы и скорости движения частиц. Стало понятно, что исследование явления фотофореза должно проводиться комплексно.

Дальнейшее развитие теории фотофореза пошло по нескольким направлениям, во-первых, построение теории фотофореза для несферических частиц (цилиндрических, сфероидальных и т.п.). В этом случае возникает момент сил, приводящий к сложному и далеко не всегда прямолинейному движению частиц в поле направленного излучения [4]; во-вторых, развитие численных методов, позволяющих более точно рассчитывать распределение тепловых источников внутри частицы, например, [2, 5–7] и, в-третьих, построение теории фотофореза для летучих частиц (капель жидкости), которые широко встречаются как в природе, так и применяются в промышленности.

Интерес к исследованию этого явления (несмотря на то, что оно было открыто в начале XX века) не ослабевает, а только растет. Открываются все новые области применения этого явления, например, [8–12]. Все это делает фотофорез привлекательным методом как для фундаментальных исследований, так и для практических приложений.

Фотофоретическая сила может оказывать значительное влияние на процесс осаждения частиц в каналах; на движение частиц в зонах просветления аэродисперсных систем; при проведении тонкой очистки небольших объемов газов; отборе аэрозольных проб; нанесении заданной толщины специальных покрытий и т.д.

В связи с расширением приложений фотофореза возрос интерес к исследованию этого явления для твердых частиц при значительных относительных перепадах температуры в их окрестности, т.е. при температурах, близких к температурам плавления частиц. Температурное поле в этом случае существенно влияет на распределения полей скорости, давления и т.д. в окрестности частицы и в конечном итоге на силу и скорость фотофореза. В частности, гравитационное движение нагретых твердых частиц и капель рассмотрено в [13, 14], фото- и термофорез нагретых крупных твердых частиц в [15, 16].

При построении теории фотофореза нагретых твердых частиц мы сталкиваемся с большими математическими трудностями. Уравнения гидродинамики и теплопереноса с учетом зависимости коэффициентов переноса (вязкости, теплопроводности) и плотности от температуры становятся нелинейными. Например, вязкость и теплопроводность для большинства газов степенным образом зависят от температуры. Эти трудности в конечном итоге были преодолены. Например, при решении уравнений гидродинамики использовался метод интегрирования дифференциальных уравнений в виде обобщенных степенных рядов, доказаны теоремы сходимости этих рядов [17]. Проведенные численные оценки показали нелинейный характер зависимости силы и скорости фотофореза от средней температуры поверхности частицы. Показано также, что использование формул для силы и скорости фотофореза при малых относительных перепадах температуры приводят к существенным погрешностям.

Вданной работе ставится задача исследования фотофореза крупных испаряющихся капель при значительных относительных перепадах температуры в их окрестности.

2. Постановка задачи. Рассматривается испаряющаяся капля сферической формы радиусом R с плотностью ρ_j , теплопроводностью λ_j , вязкостью μ_j . Капля взвешена

в вязкой бинарной газовой смеси с плотностью ρ_e , теплопроводностью λ_e , коэффициентом взаимной диффузии D_{12} и вязкостью μ_e .

На частицу падает электромагнитное излучение, которое неоднородно нагревает ее поверхность. Нагрев приводит к тому, что средняя температура поверхности частицы по величине существенно отличается от температуры газообразной среды вдали от нее. Газ начинает двигаться вдоль поверхности в направлении возрастания температуры. Это явление называется тепловым скольжением газа, и оно вызывает появление фотофоретической силы. Под действием фотофоретической силы частица начинает двигаться. Наряду с фотофоретической силой на частицу действует сила вязкого сопротивления среды. Когда обе эти силы уравниваются по величине, частица начинает двигаться равномерно с постоянной скоростью, которую называют фотофоретической.

Бинарная газовая среда описывается двумя относительными компонентами. Первый компонент C_1 по своему физико-химическому составу совпадает с веществом жидкой капли. Граничная поверхность для него непрерывна. Вторым компонентом C_2 считается основным (несущим), и граничная поверхность для него непроницаема. Граница сред предполагает геометрическую. Здесь $C_1 = n_1 / n_e$, $C_2 = n_2 / n_e$, $n_e = n_1 + n_2$ — полное количество молекул в единице объема смеси, $\rho_1 = n_1 m_1$, $\rho_2 = n_2 m_2$, $\rho_e = \rho_1 + \rho_2$, m_1, n_1 и m_2, n_2 — масса и численная концентрация молекул первого и второго компонентов смеси.

При математическом описании фотофореза предполагается: первая компонента удовлетворяет условию $C_1 \ll C_2$, что означает диффузионный режим испарения, т.е. когда основное влияние на процесс тепло- и массопереноса в окрестности капли определяется молекулярной диффузией [18, 19]. Молекулы конденсированной фазы испаряются или конденсируются при числах Маха, много меньших единицы, и учитывается влияние циркуляции вещества внутри капли. Испарение предполагается медленным. Радиус капли считается неизменным (время заметного изменения радиуса капли значительно больше времени релаксации диффузионных и тепловых неоднородностей вблизи нее). При движении капля сохраняет свою сферическую форму, т.е. силы поверхностного натяжения значительно больше силы вязкого сопротивления. Учитывается реактивный эффект, обусловленный испарением. В силу малости времени тепловой и диффузионной релаксации процесс тепло- и массопереноса в системе частица–газ протекает квазистационарно и свободной конвекцией пренебрегаем (число Грасгофа мало). Задача решается гидродинамическим методом, т.е. решаются уравнения гидродинамики и тепло- и массопереноса с соответствующими граничными условиями.

При описании свойств бинарной газовой смеси учитывается степенной вид зависимости коэффициентов молекулярного переноса от температуры [19, 20]:

$$\begin{aligned} \mu_e(t_e) &= \mu_\infty t_e^\beta, \quad \lambda_e(t_e) = \lambda_\infty t_e^\alpha, \quad D_{12}(t_e) = D_\infty t_e^{1+\omega} \\ \lambda_i(t_i) &= \lambda_{i0} t_i^\gamma, \quad \rho_e = \rho_\infty / t_e, \quad t_e = T_e / T_\infty, \quad t_i = T_i / T_\infty, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где $\mu_\infty = \mu_e(T_\infty)$, $\rho_\infty = \rho_e(T_\infty)$, $\lambda_\infty = \lambda_e(T_\infty)$, $D_\infty = D_{12}(T_\infty)$, $\lambda_{i0} = \lambda_i(T_\infty)$, $0.5 \leq \alpha, \beta, \omega \leq 1$, $-1 \leq \gamma \leq +1$. Индексы “e” и “i” здесь и далее относятся к бинарной газовой смеси и частице соответственно; индексом “s” обозначены значения физических величин, взятых при средней температуре поверхности частицы, и индексом “∞” — физические величины, характеризующие газовую среду вдали от капли.

Фотофорез будем описывать в сферической системе координат (r, θ, φ) , связанной с центром масс испаряющейся капли. Ось Oz направим в направлении вектора интенсивности электромагнитного поля. Таким образом, наша задача сводится к

анализу обтекания испаряющейся капли бесконечным плоскопараллельным потоком газа, скорость которого U_∞ подлежит определению ($U_\infty \parallel Oz$).

Распределения скоростей, давлений, относительных концентраций и температур обладают аксиальной симметрией относительно оси Oz . При указанном выборе начала системы координат каплю можно считать неподвижной, а внешнюю среду (газ) — движущейся в сторону, противоположную направлению ее фактического движения со скоростью $U_{ph} = U_\infty$ (U_{ph} — скорость фотофореза).

В рамках сформулированных допущений решается следующая система газодинамических уравнений [18], описывающая распределение полей массовой скорости U_e и давления P_e в бинарной газовой смеси (2.2) и внутри испаряющейся капли (2.3), полей температур T_e, T_i и относительной концентрации первого компонента C_1 (2.4):

$$\frac{\partial}{\partial x_k} P_e = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu_e \left[\frac{\partial U_k^e}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j^e}{\partial x_k} - \frac{2}{3} \delta_k^j \frac{\partial U_n^e}{\partial x_n} \right] \right\}, \quad \text{div}(\rho_e U_e) = 0, \quad P_e = n_e k_B T_e \quad (2.2)$$

$$\mu_i \Delta U_i = \nabla P_i, \quad \text{div} U_i = 0 \quad (2.3)$$

$$\text{div}(\lambda_e \nabla T_e) = 0, \quad \text{div}(\lambda_i \nabla T_i) = -q_i, \quad \text{div} \left(\frac{n_e^2 m_1 m_2}{\rho_e} D_{12} \nabla C_1 \right) = 0 \quad (2.4)$$

Система уравнений (2.2) — (2.4) решалась с краевыми условиями (2.5) — (2.12). На бесконечности ($y \rightarrow \infty$), граничной поверхности ($y = 1$) и при $y \rightarrow 0$ справедливы условия:

$$y = 1 : n_2 U_r^e + D_{12} \frac{n_e^2 m_1}{\rho_e R} \frac{\partial C_1}{\partial y} = 0, \quad n_1 U_r^e - D_{12} \frac{n_e^2 m_2}{\rho_e R} \frac{\partial C_1}{\partial y} = n_{1i} U_r^i \quad (2.5)$$

$$U_\theta^e - U_\theta^i = K_{TS}^{(o)} \frac{\nu_e}{RT_e} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} + K_{DS}^{(o)} \frac{D_{12}}{R} \frac{\partial C_1}{\partial \theta}; \quad T_e = T_i \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} & -\lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial y} + \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial y} = \\ & = L \frac{n_e^2 m_1 m_2}{\rho_e} D_{12} \frac{\partial C_1}{\partial y} - \sigma_0 \sigma_1 R (T_i^4 - T_\infty^4) \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} & \mu_e \left(\frac{\partial U_\theta^e}{\partial y} + \frac{1}{y} \frac{\partial U_r^e}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^e}{y} \right) + \frac{\partial \sigma}{\partial T_i} \frac{\partial T_i}{\partial \theta} = \\ & = \mu_i \left(\frac{\partial U_\theta^i}{\partial y} + \frac{1}{y} \frac{\partial U_r^i}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^i}{y} \right) \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$y \rightarrow \infty : U_r^e = U_\infty \cos \theta, \quad U_\theta^e = -U_\infty \sin \theta, \quad P_e = P_\infty, \quad T_e = T_\infty, \quad C_1 = C_{1\infty} \quad (2.9)$$

$$y \rightarrow 0 : T_i \neq \infty, \quad P_i \neq \infty, \quad |U_i| \neq \infty \quad (2.10)$$

Здесь x_k — декартовы координаты, U_k^e — компоненты массовой скорости, $y = r/R$, $K_{TS}^{(o)}$, $K_{DS}^{(o)}$ — коэффициенты теплового и диффузионного скольжений,

которые определяются из решения в слое Кнудсена уравнения Больцмана. В общем случае их вид зависит как от модели межмолекулярного взаимодействия, так и от масс молекул и средней температуры поверхности частицы [21, 22]. При коэффициентах accommodations по энергии и тангенциального импульса, равных единице, $K_{TS}^{(0)} = 1.161$, $K_{DS}^{(0)} = 0.3$ [21, 22], σ – коэффициент поверхностного натяжения, σ_0 – постоянная Стефана-Больцмана, σ_1 – интегральная степень черноты частицы, L – удельная теплота фазового перехода, U_∞ – величина скорости набегающего потока ($U_\infty = |U_\infty|$), n_i – число молекул в единице объема капли, ν_e – кинематическая вязкость, k_B – постоянная Больцмана, $q_i = \frac{4\pi n_k a_k}{n_s \lambda_0} I_0 B_k$ – объемная плотность внутренних источников тепла, $m_k = n_k + ia_k$ – комплексный показатель преломления капли, n_s – показатель преломления среды, λ_0, I_0 – длина волны и интенсивность падающего излучения, B_k – функция координат, рассчитываемая по теории Ми [2, 5, 6, 7]. Если капля поглощает излучение как черное тело, то поглощение излучения происходит в тонком слое с толщиной $\delta \ll R$, прилегающем к нагреваемой части поверхности капли. В этом случае объемная плотность тепловых источников внутри слоя толщиной δ равна

$$q_i = \begin{cases} -\frac{I_0}{\delta} \cos\theta, & \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi, R - \delta \leq r \leq R \\ 0, & 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Численная относительная концентрация молекул первого (испытывающего фазовый переход) компонента внешней смеси $C_1 = C_{1S}(T_{iS})$ у поверхности капли в линейном приближении по возмущению температуры $\delta T_i(y, \theta)$ должна удовлетворять условию, $C_1 = C_{1S}^{(H)}(T_{iS}) + C_{1S}^*(T_{iS})\delta T_i$. Здесь $C_{1S}^{(H)}(T_{iS}) = n_{1S}^{(H)} / n_e$, $n_{1S}^{(H)}$ – насыщенная концентрация молекул первого (испытывающего фазовый переход) компонента бинарной смеси, зависящая от средней температуры поверхности капли T_{iS} ,

$C_{1S}^* = \frac{1}{n_e} \frac{\partial n_{1S}^{(H)}}{\partial T_i}$ – производная от насыщенной концентрации насыщенных паров капли, взятая при средней температуре поверхности капли, $\delta T_i(y, \theta)$ находится из граничных условий на поверхности капли.

Указанные выше краевые условия имеют следующий физический смысл. На поверхности капли ($y = 1$): непроницаемость поверхности для второго и непрерывность радиального потока для первого компонентов бинарной газовой

смеси (2.5). Здесь $n_1 U_r^e$, $n_2 U_r^e$ и $D_{12} \frac{n_e^2 m_2}{\rho_e R} \frac{\partial C_1}{\partial y}$, $D_{12} \frac{n_e^2 m_1}{\rho_e R} \frac{\partial C_1}{\partial y}$ – радиальные

конвективные и диффузионные потоки первой и второй компоненты соответственно; разность касательных составляющих скоростей внутренней и внешней сред, равная сумме тепловой и диффузионной скоростей скольжений, и равенство температур учтены в (2.6); в (2.7) учтены непрерывность радиальных потоков тепла с учетом тепла, идущего на фазовый переход вещества капли в первый компонент бинарной газовой смеси и на излучение, и непрерывность касательных составляющих тензора вязких напряжений с учетом зависимости коэффициента поверхностного натяжения от температуры учтено в (2.8).

На большом расстоянии от испаряющейся капли (при $y \rightarrow \infty$) справедливы граничные условия (2.9). На бесконечности осесимметричный поток внешней среды однороден в пространстве и имеет скорость U_∞ в направлении положительных значений оси Oz , а поля температуры T_e , давления и относительной концентрации C_1 летучего компонента газовой смеси не возмущены. Конечность физических величин (при $y \rightarrow 0$), характеризующих каплю, учтено в (2.10).

Определяющими параметрами в задаче являются материальные постоянные $\mu_\infty, \lambda_\infty$ и сохраняющиеся в процессе движения частицы R, T_∞ и U_∞ . Из этих параметров можно составить безразмерную комбинацию, которую в литературе называют числом Рейнольдса $Re_\infty = (\rho_\infty R U_\infty) / \mu_\infty \ll 1$. В нашей задаче число Рейнольдса играет роль малого параметра ($\varepsilon = Re_\infty$). При нахождении силы и скорости фотофореза ограничимся первой поправкой малости, что достаточно для практических приложений.

При $\varepsilon \ll 1$ набегающий поток оказывает лишь возмущающее влияние, поэтому решение уравнений газовой динамики будем искать в виде разложения по малому параметру.

Вид граничных условий указывает на то, что выражения для компонент массовых скоростей можно искать в виде разложений по полиномам Лежандра и Гегенбауэра [23]. Известно [23], что для определения общей силы, действующей на частицу, достаточно определить первые члены этих разложений. С учетом вышесказанного выражения для компонент массовой скорости в сферической системе координат будем искать в виде:

$$U_r^e(y, \theta) = U_\infty G(y) \cos \theta, \quad U_\theta^e(y, \theta) = -U_\infty g(y) \sin \theta$$

Здесь $G(y)$ и $g(y)$ – функции, зависящие от координаты y .

3. Поля скоростей, давлений, температур и относительной концентрации первого компонента. Исследование линеаризованной по скорости системы уравнений Навье–Стокса (2) в сферической системе координат показало, что для большинства газов коэффициент теплопроводности капли по величине много больше коэффициента теплопроводности газа (слабая угловая асимметрия распределения температуры). Это допущение приводит к тому, что в коэффициенте вязкости можно пренебречь зависимостью от угла θ в системе “частица–газообразная среда” и считать, что вязкость бинарной смеси зависит только от температуры $t_{e0}(y)$, т.е. $\mu_e(t_e(y, \theta)) \approx \mu_e(t_{e0}(y))$. При этом $t_e(y, \theta) = t_{e0}(y) + \delta t_e(y, \theta)$, где $\delta t_e(y, \theta) \ll t_{e0}(y)$, $\delta t_e(y, \theta)$ и $t_{e0}(y)$ определяются из решения тепловой задачи.

При таком допущении можно рассматривать гидродинамическую часть отдельно от тепловой и диффузионной части, а связь между ними осуществляется с помощью граничных условий. После этого был применен метод, разработанный в работах [13–17]. В этих работах показано, что линеаризованную по скорости систему уравнений Навье–Стокса (2.2) в конечном итоге можно свести к неоднородному линейному дифференциальному уравнению третьего порядка с изолированной особой точкой. Решение полученного дифференциального уравнения ищется в виде обобщенных степенных рядов, и доказана теорема существования полученного решения [17]. Таким образом, имеем следующие выражения для компонент массовой скорости U_e и давления P_e , удовлетворяющие краевым условиям (2.9):

$$U_r^e(y, \theta) = U_\infty \cos \theta G(y) \\ G(y) = A_1 G_1(y) + A_2 G_2(y) + G_3(y)$$

$$U_{\theta}^e(y, \theta) = -U_{\infty} \sin \theta g(y) \\ g(y) = A_1 G_4(y) + A_2 G_5(y) + G_6(y)$$

$$P_e(y, \theta) = P_{\infty} + \frac{\mu_{\infty} U_{\infty}}{R} t_{e0}^{\beta} \times \\ \times \left\{ \begin{aligned} & \frac{y^2}{2} G''' + y \left[3 + \frac{\beta - 1}{2} y f \right] G'' + \\ & \left[2 - y^2 f' - \frac{\beta}{2} y^2 f^2 + (\beta - 2) y f \right] G' + \\ & \left[\frac{f}{3} - \frac{y^2 f''}{2} - y f' \left(2 + \frac{y \beta f}{2} \right) \right] G \end{aligned} \right\},$$

где

$$G_1(y) = \frac{1}{y^3} \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{(1)} \ell^n, \quad G_3(y) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{(3)} \ell^n + \omega_3 \ln(y) G_1(y)$$

$$f(y) = \frac{1}{t_{e0}(y)} \frac{dt_{e0}(y)}{dy}, \quad G_2(y) = \frac{1}{y} \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{(2)} \ell^n + \omega_2 \ln(y) G_1(y), \quad \ell(y) = \frac{\Gamma_0}{y + \Gamma_0}$$

$$g(y) = G(y) + \frac{y}{2} (G'(y) - f(y)G(y))$$

$$G_k(y) = \left(1 + \frac{\ell}{2(1 + \alpha)} \right) G_{k-3}(y) + \frac{1}{2} y G'_{k-3}(y) \quad (k = 4, 5, 6), \quad f'(y), f''(y),$$

$G_1'(y)$, $G_2'(y)$ и т.д. первая, вторая и третья производные от соответствующих функций.

Значения коэффициентов $C_n^{(1)}$ ($n \geq 1$), $C_n^{(2)}$ ($n \geq 3$) и $C_n^{(3)}$ ($n \geq 4$) определяются с помощью рекуррентных соотношений:

$$C_n^{(1)} = \frac{1}{n(n+3)(n+5)} \times \\ \times \left\{ \begin{aligned} & \left[(n-1)(3n^2 + 13n + 8) + \gamma_1(n+2)(n+3) + \right. \\ & \left. + \gamma_2(n+2) \right] C_{n-1}^{(1)} - \left[(n-1)(n-2)(3n+5) + \right. \\ & \left. + 2\gamma_1(n^2 - 4) + \gamma_2(n-2) + \gamma_3(n+3) \right] C_{n-2}^{(1)} + \\ & \left. + (n-2) \left[(n-1)(n-3) + \gamma_1(n-3) + \gamma_3 \right] C_{n-3}^{(1)} \right\} \end{aligned} \right.$$

$$C_n^{(2)} = \frac{1}{(n+1)(n+3)(n-2)} \times \left\{ \begin{aligned} & \left[(n-1)(3n^2 + n - 6) + \gamma_1 n(n+1) + n\gamma_2 \right] \times \\ & \times C_{n-1}^{(2)} - \left[\gamma_3(n+1) + (n-1)(n-2)(3n-1) + \right. \\ & \left. + 2\gamma_1 n(n-2) + \gamma_2(n-2) \right] C_{n-2}^{(2)} + (n-2) \times \\ & \times \left[(n-1)(n-3) + \gamma_3 + \gamma_1(n-3) \right] \times \\ & \times C_{n-3}^{(2)} + \frac{\omega_2}{\Gamma_0^2} \sum_{k=0}^{n-2} (n-k-1) S_k^{(1)} \\ & - 6(-1)^n \frac{\gamma_4!}{(\gamma_4 - n)! n!} \end{aligned} \right\}$$

$$C_n^{(3)} = \frac{1}{n(n+2)(n-3)} \times \left\{ \begin{aligned} & (n-1) \left[3n^2 - 5n - 4 + \gamma_1 n + \gamma_2 \right] C_{n-1}^{(3)} - \\ & - \left[(n-1)(n-2)(3n-4) + \right. \\ & \left. + 2\gamma_1(n-1)(n-2) + \gamma_2(n-2) + n\gamma_3 \right] \times \\ & \times C_{n-2}^{(3)} + (n-2) \left[(n-1)(n-3) + \right. \\ & \left. + \gamma_1(n-3) + \gamma_3 \right] C_{n-3}^{(3)} + \frac{\omega_3}{2\Gamma_0^3} \times \\ & \times \sum_{k=0}^{n-3} (n-k-2)(n-k-1) S_k^{(1)} \end{aligned} \right\}$$

$$S_k^{(1)} = (3k^2 + 16k + 15) C_k^{(1)} - ((k-1)(6k+13) + \\ + \gamma_1(2k+5) + \gamma_2) C_{kk-1}^{(1)} + \left(\begin{aligned} & 3(k-1)(k-2) + \\ & + 2\gamma_1(k-2) + \gamma_3 \end{aligned} \right) C_{k-2}^{(1)}$$

При вычислении коэффициентов $C_n^{(1)}$, $C_n^{(2)}$ и $C_n^{(3)}$ по рекуррентным формулам необходимо учитывать, что

$$C_0^{(1)} = 1, \quad C_0^{(2)} = 1, \quad C_0^{(3)} = 1, \quad C_1^{(3)} = 0, \quad C_2^{(2)} = 1, \quad C_3^{(3)} = 1$$

$$C_1^{(2)} = -\frac{1}{8}(2\gamma_1 + \gamma_2 + 6\gamma_4), \quad \frac{\omega_3}{2\Gamma_0^3} = -\frac{\gamma_3}{60}(10 + 3\gamma_1 + \gamma_2)$$

$$\gamma_1 = \frac{1-\beta}{1+\alpha}, \quad \gamma_2 = 2\frac{1+\beta}{1+\alpha}, \quad \gamma_3 = \frac{2+2\alpha-\beta}{(1+\alpha)^2}, \quad \gamma_4 = \frac{\beta}{1+\alpha}$$

$$\frac{\omega_2}{\Gamma_0^2} = \frac{1}{15} \left[3\gamma_3 - (8 + 6\gamma_1 + 2\gamma_2) \times \right. \\ \left. \times C_1^{(2)} + 3\gamma_4(\gamma_4 - 1) \right], \quad C_2^{(3)} = \frac{\gamma_3}{4},$$

а коэффициенты $C_n^{(1)}$, $C_n^{(2)}$ и $C_n^{(3)}$ при $n < 0$ равны нулю.

Общее решение системы уравнений (2.3), описывающей поле скорости и давления внутри испаряющейся капли, имеет вид [18, 23]

$$U_r^i(y, \theta) = U_\infty \cos \theta (A_3 + A_4 y^2), \quad U_\theta^i(y, \theta) = -U_\infty \sin \theta (A_3 + 2A_4 y^2)$$

$$P_i(y, \theta) = P_0 + 10 \frac{\mu_i}{R} U_\infty \cos \theta A_4 y^2$$

Постоянные интегрирования $A_1, A_2, A_3, A_4, \Gamma_0$ определяются из краевых условий задачи.

Решения уравнений теплопроводности вне и внутри капли ищутся методом разделения переменных, а решение уравнения диффузии сводится к неоднородному линейному дифференциальному уравнению второго порядка с изолированной особой точкой. Решение полученного дифференциального уравнения ищется в виде обобщенных степенных рядов [24]. Таким образом, общие решения уравнений тепло- и массопереноса, удовлетворяющие краевым условиям (2.9) — (2.10), имеют вид:

$$t_e(y, \theta) = t_{e0}(y) + \varepsilon t_{el}(y, \theta), \quad t_i(y, \theta) = t_{i0}(y) + \varepsilon t_{il}(y, \theta)$$

$$C_1(y, \theta) = C_{10}(y) + \varepsilon C_{11}(y, \theta)$$

Здесь

$$t_{e0}(y) = \left(1 + \frac{\Gamma_0}{y} \right)^{1+\alpha}, \quad t_{el}(y, \theta) = \frac{\cos \theta \Gamma_1}{t_{e0}^\alpha y^2}, \quad C_{10}(y) = C_{1\infty} + M_0 (t_{e0}^{(1+\alpha-\omega)} - 1)$$

$$t_{i0}(y) = \left(B_0 + \frac{H_0}{y} - \frac{1}{y} \int_y^1 \psi_0 dy + \int_y^1 \frac{\psi_0}{y} dy \right)^{\frac{1}{1+\gamma}}$$

$$H_0 = \frac{(1+\gamma)R^2}{3\lambda_{i0}T_\infty} J_0, \quad H_1 = \frac{RJ_1}{3\lambda_{i0}T_\infty}, \quad \psi_0(y) = -\frac{R^2(1+\gamma)}{2\lambda_{i0}T_\infty} y^2 \int_{-1}^+ q_1 dx$$

$$C_{11}(y, \theta) = \cos \theta \left(M_1 \Phi_1(y) + \frac{1+\alpha-\omega}{t_{e0}^\omega} M_0 \frac{\Gamma_1}{y^2} \right)$$

$$t_{il}(y, \theta) = \frac{\cos \theta}{t_{i0}^\gamma} \left[\begin{array}{c} B_1 y + \frac{H_1}{y^2} + \frac{1}{3} \times \\ \times \left(\int_y^1 \frac{\psi_1}{y^2} dy - \frac{1}{y^2} \int_1^y \psi_1 y dy \right) \end{array} \right]$$

$$J_0 = \frac{1}{V} \int q_i dV, \quad J_1 = \frac{1}{V} \int q_i z dV, \quad \Psi_1(y) = -\frac{3R^2}{2\lambda_{i0} T_\infty} y^2 \int_{-1}^+ q_1 x dx$$

$$\Delta_0^{(1)} = 1, \quad V = \frac{4}{3} \pi R^3, \quad x = \cos \theta, \quad z = r \cos \theta, \quad \Phi_1(y) = \frac{1}{y^2} \sum_{n=0}^{\infty} \Delta_n^{(1)} \ell^n$$

$$\delta T_i(y, \theta) = t_{i1}(y, \theta) T_\infty, \quad \delta T_i(y, \theta)|_{y=1} = \frac{\cos \theta}{t_{is}^\gamma} T_\infty (B_1 + H_1)$$

$\int_V q_i z dV$ – дипольный момент плотности тепловых источников [2, 13–16], где

$dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$, интегрирование ведется по всему объему испаряющейся капли.

Коэффициенты $\Delta_n^{(1)}$ ($n \geq 1$) определяются из рекуррентных соотношений

$$\Delta_n^{(1)} = \frac{1}{n(n+3)} \left\{ \begin{array}{l} (n+1) \left[2(n-1) - \frac{\omega}{1+\alpha} \right] \Delta_{n-1}^{(1)} - \\ - (n-2) \left[n-1 - \frac{\omega}{1+\alpha} \right] \Delta_{n-2}^{(1)} \end{array} \right\},$$

коэффициенты $\Delta_n^{(1)}$ при $n < 0$ равны нулю.

Среднее значение температуры поверхности капли T_{iS} находится из решения системы уравнений:

$$\begin{aligned} t_{iS} &= t_{eS}, \quad \Gamma_0 = t_{eS}^{1+\alpha} - 1, \quad M_0 = \frac{C_{1S}^{(H)} - C_{1\infty}}{t_{eS}^{(1+\alpha-\omega)} - 1} \\ \frac{\ell^{(S)}}{1+\alpha} t_{eS} &= \frac{R^2}{3\lambda_{eS} T_\infty} J_0 - L \frac{n_\infty^2 m_1 m_2 D_{12}^{(S)}}{\rho_\infty T_\infty \lambda_{eS}} \times \\ &\times \frac{1+\alpha-\omega}{1+\alpha} M_0 \ell^{(S)} t_{eS}^{\alpha-\omega} - \sigma_0 \sigma_1 \frac{RT_\infty^3}{\lambda_{eS}} (t_{eS}^4 - 1) \end{aligned}$$

Здесь $T_{iS} = T_\infty t_{iS}$, $T_{eS} = T_\infty t_{eS}$, $t_{iS} = t_{i0}(y=1)$, $t_{eS} = t_{e0}(y=1)$, $\lambda_{eS} = \lambda_\infty t_{eS}^\alpha$, $\lambda_{iS} = \lambda_{i0} t_{iS}^\gamma$, $n_\infty = n_e(T_\infty)$, $\rho_\infty = \rho_e(T_\infty)$, $D_{12}^{(S)} = D_\infty t_{eS}^{1+\omega}$, $\ell^{(S)} = \ell(y=1)$.

4. Фотофоретическая сила и скорость. Анализ полученных результатов. Результирующая сила, действующая на частицу, определяется интегрированием тензора напряжений по поверхности [18]:

$$F_z = \int_{(S)} \left(\begin{array}{l} -P_e \cos \theta + \sigma_{rr} \times \\ \times \cos \theta - \sigma_{r\varphi} \sin \theta \end{array} \right) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \Big|_{r=R} \quad (4.1)$$

Здесь σ_{rr} , $\sigma_{r\theta}$ – компоненты тензора напряжений [18].

После подстановки в (4.1) выше полученных выражений и интегрирования получаем, что результирующая сила складывается из силы вязкого сопротивления

среды F_{μ} и фотофоретической силы F_{ph} , где n_z — единичный вектор в направлении оси Oz ,

$$F_{\mu} = 6\pi R\mu_{\infty}f_{\mu}U_{\infty}n_z, \quad F_{ph} = -6\pi R\mu_{\infty}f_{ph}J_1n_z \quad (4.2)$$

Значения коэффициентов f_{μ} и f_{ph} могут быть оценены с помощью следующих формул:

$$f_{\mu} = \frac{2}{3} \frac{N_2(1) + N_3(1) \frac{\mu_{eS}}{3\mu_{iS}}}{N_1(1) + N_4(1) \frac{\mu_{eS}}{3\mu_{iS}}}, \quad N_1(1) = G_1(1)G_2'(1) - G_2(1)G_1'(1)$$

$$N_3(1) = G_3(1)G_1''(1) - G_1(1)G_3''(1) + \left(2 + \frac{\ell^{(S)}}{1+\alpha}\right) \left(G_3(1)G_1'(1) - G_1(1)G_3'(1)\right)$$

$$N_4(1) = G_2(1)G_1''(1) - G_1(1)G_2''(1) + \left(2 + \frac{\ell^{(S)}}{1+\alpha}\right) \left(G_2(1)G_1'(1) - G_1(1)G_2'(1)\right)$$

$$N_2(1) = G_1(1)G_3'(1) - G_3(1)G_1'(1), \quad a_0 = 1 + 4\sigma_0\sigma_1 \frac{RT_{\infty}^3 t_{iS}^3}{\lambda_{iS}}, \quad v_{eS} = v_e(T_{eS})$$

$$\delta = a_0 + 2 \frac{\lambda_{eS}}{\lambda_{iS}} - L \frac{n_{\infty}^2 m_1 m_2}{\rho_{\infty} T_{\infty} \lambda_{iS} t_{eS}} D_{12}^{(S)} \frac{\Phi_1'(1)}{\Phi_1(1)} \times \left(C_{1S}^* T_{\infty} - (1 + \alpha - \omega) \left(1 + 2 \frac{\Phi_1(1)}{\Phi_1'(1)} M_0 t_{eS}^{\alpha - \omega}\right) \right)$$

$$a_1 = \frac{m_1 G_4(1)}{\rho_{\infty} G_1(1)} \left(1 - \frac{\mu_{eS}}{3\mu_{iS}} \frac{G_4'(1) + G_1(1) - G_4(1)}{G_4(1)} \right), \quad \mu_{eS} = \mu_e(T_{iS}), \quad \mu_{iS} = \mu_i(T_{iS})$$

$$f_{ph} = \frac{4}{3} \frac{G_1(1)}{\delta \lambda_{iS} T_{\infty} \left(N_1(1) + N_4(1) \frac{\mu_{eS}}{3\mu_{iS}} \right)} \times \left[\begin{aligned} & \times K_{TS}^{(0)} \frac{v_{eS}}{t_{eS}} + K_{DS}^{(0)} D_{12}^{(S)} C_{1S}^* T_{\infty} + \frac{R}{3\mu_{iS}} \frac{\partial \sigma}{\partial t_i} - \\ & - \frac{D_{12}^{(S)} n_{\infty}^2 \Phi_1'(1)}{n_{2\infty} \Phi_1(1)} \left[C_{1S}^* T_{\infty} \left(\frac{1}{n_i t_{eS}} - a_1 \right) - \right. \\ & \left. - (1 + \alpha - \omega) M_0 t_{eS}^{1 + \alpha - \omega} \left(\left(\frac{1}{n_i t_{eS}} - a_1 \right) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \left(1 + 2 \frac{\Phi_1(1)}{\Phi_1'(1)} \right) - \frac{\ell^{(S)}}{1 + \alpha} \frac{\Phi_1(1)}{\Phi_1'(1)} a_1 \right) \right] \end{aligned} \right]$$

Здесь через $G_1(1)$, $G_2(1)$ и т.д. обозначены значения соответствующих функций, взятые при $y = 1$, а через G_1' , G_1'' и т.д. первые и вторые производные от соответствующих функций.

Приравнявая полную силу к нулю (капля движется прямолинейно и равномерно: силы вязкого сопротивления среды уравниваются фотофоретической силой), получаем выражение для фотофоретической скорости крупной испаряющейся капли сферической формы

$$U_{ph} = -\frac{f_{ph}}{f_{\mu}} J_1 n_z \quad (4.3)$$

Из формул (4.2) — (4.3) видно, что величина и направление скорости фотофореза определяются величиной и направлением дипольного момента плотности тепловых источников $\int_V q_i z dV n_z$, т.е. может иметь место как положительный фотофорез, так и

отрицательный. При постоянной величине дипольного момента увеличение радиуса R приводит к уменьшению фотофоретической скорости, которое происходит обратно пропорционально R^3 . Фотофоретическая сила и скорость существенно зависят от теплопроводности вещества частицы. При λ_i , стремящемся к бесконечности, сила и скорость фотофореза при фиксированной величине дипольного момента стремятся к нулю.

Входящий в силу и скорость фотофореза коэффициент f_{ph} состоит из суммы четырех слагаемых: первое слагаемое, которое пропорционально коэффициенту теплового скольжения $K_{TS}^{(0)}$ и за счет которого испаряющаяся капля стремится двигаться в сторону падения температуры во внешней среде, т.е. из области с более высокой температурой в область с более низкой температурой; четвертое слагаемое (описывающего реактивную часть импульса, действующего на каплю) связано с фазовым переходом и циркуляцией вещества внутри капли (внутреннее течение). Они входят в коэффициент f_{ph} с разными знаками. Капля может двигаться как в сторону роста, так и в сторону падения температур; третье слагаемое обусловлено переменным межфазовым поверхностным натяжением на поверхности капли. В силу того, что для большинства жидкостей поверхностное натяжение уменьшается с ростом температуры $\left(\frac{\partial \sigma}{\partial T_i} < 0\right)$, то третье слагаемое дает вклад в силу и скорость, на-

правленный в сторону роста температуры во внешней к капле среде; за счет второго слагаемого (диффузионного скольжения, которое пропорционально коэффициенту $K_{DS}^{(0)}$) капля может двигаться как в сторону роста, так и в сторону падения температуры, в зависимости от масс компонентов бинарной газовой смеси. Если масса молекул компонента внешней смеси, испытывающей фазовый переход на поверхности капли $m_1 < m_2$, то $K_{DS}^{(0)} > 0$. В противном случае — $K_{DS}^{(0)} < 0$. Рассмотренные выше качественно слагаемые показывают, что сила и скорость фотофореза могут меняться не только по величине, но и по направлению, в зависимости от конкретных значений физических величин. Кроме того, в выражение для коэффициента f_{ph} входят функции G_1, G_2, G_3, Φ и их производные, которые зависят как от средней температуры поверхности капли, так и от показателей $\alpha, \beta, \omega, \gamma$. Как показали конкретные численные оценки, они также влияют на величину силы и скорости фотофореза.

Полученные в работе формулы (4.2) — (4.3) для силы сопротивления, силы и скорости фотофореза можно использовать и при малых относительных перепадах

температуры. Можно оценивать, например, силу и скорость фотофореза для капель воды. В этом случае средняя температура поверхности частицы незначительно отличается от температуры окружающей газообразной среды вдали от нее и при $\Gamma_0 \rightarrow 0$ имеем:

$$G_1 = 1, G_1' = -3, G_1'' = 12, G_2 = 1, G_2' = -1, G_2'' = 2, G_3 = 1, G_3' = 0, G_3'' = 0, N_1 = 2, N_2 = 3, N_3 = 6, N_4 = 6, G_4 = -1/2, G_4' = 3/2, \Phi_1 = -1, \Phi_1' = -2.$$

В частности, в предельном случае ($\Gamma_0 \rightarrow 0$) формулы (4.2) — (4.3) переходят в соответствующие выражения при малых относительных перепадах температуры [1, 2, 25].

Для иллюстрации (в качестве примера) влияния нагрева поверхности испаряющейся капли на силу фотофореза на рис. 1. приведены графики зависимости функций $f_{ph}^* = f_{ph} / f_{ph}|_{T_{iS}=800\text{К}}$, $f_{phm}^* = f_{phm} / f_{phm}|_{T_{iS}=800\text{К}}$ от

средней температуры поверхности частицы T_{iS} ($800\text{К} \leq T_{iS} \leq 1300\text{К}$) крупной капли лития радиусом $R = 30 \cdot 10^{-6}$ м, взвешенной в воздухе ($T_\infty = 288\text{К}$, $P_\infty = 10^5$ Па, $C_{1\infty} = 0.01$, $\alpha = 0.765$, $\beta = 0.693$, $\omega = 0.652$). Функция f_{phm}^* (сплошная линия на рис. 1.) оценивалась по формулам при малых относительных перепадах температуры [25], но при этом коэффициенты молекулярного переноса брались при средней температуре поверхности капли. Это сделано для того, чтобы понять, можно ли пользоваться формулами при малых относительных перепадах температуры в нашем случае или нет. Из графиков видно, что формулы для силы и скорости фотофореза, полученные при малых относительных перепадах температуры, дают существенную погрешность в случае значительных относительных перепадов температуры.

Заключение. В статье получены формулы, позволяющие оценивать силу сопротивления и силу и скорость фотофореза крупных испаряющихся капель сферической формы в вязкой неизотермической бинарной газовой среде при произвольных относительных перепадах температуры в их окрестности, и они носят наиболее общий характер. При описании свойств газовой среды учитывался степенной вид зависимости коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности, диффузии) и плотности от температуры. Численные оценки показали нелинейный характер зависимости силы и скорости фотофореза от средней температуры поверхности частицы.

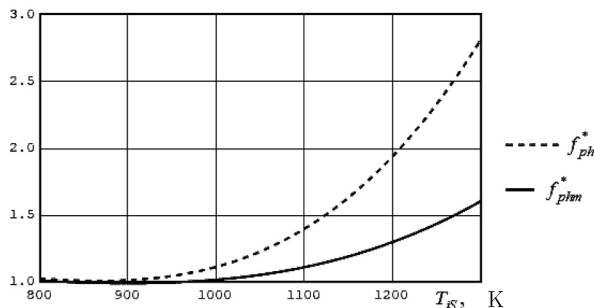


Рис. 1. Графики зависимости функций f_{ph}^* и f_{phm}^* от средней температуры поверхности частицы T_{iS} .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Yalamoto Yu.I., Kutukov V.B., Shchukin E.R.* Theory of the photophoretic motion of the large-size volatile aerosol particle // *J. Colloid&Interface Sci.* 1976. V. 57(3). P. 564–571.
2. *Береснев С.А., Кочнева Л.Б.* Фактор асимметрии поглощения излучения и фотофорез аэрозолей // *Оптика атмосферы и океана.* 2003. Т. 16. № 2. С. 134 — 141.
3. *Greene W.M., Spjut R.E., Bar-Ziv E. et al.* Photophoresis of irradiated spheres: absorption centers // *J. Opt. Soc. Amer. B.* 1985. V. 2. № 6. P. 998–1004.
4. *Preining O.* Photophoresis // in *Aerosol Science* / Ed. by *Davis C.N.* New York: Acad. Press, 1966. P. 111–135.
5. *Борен К., Хафмен Д.* Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 384 с.
6. *Волковицкий О.А., Седунов Ю.С., Семенов Л.П.* Распространение интенсивного лазерного излучения в облаках. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 312 с.
7. *Рязанов К.С., Попов И.В., Малай Н.В.* Вычисление распределения поглощаемой электромагнитной энергии внутри частиц сферической формы // *Свид. о гос. рег. прогр. для ЭВМ* № 2010616043 14.09.2010.
8. *Hitoshi W., Hideaki M., Satoshi T., Masayori S. et al.* Migration analysis of micro-particles in liquids using microscopically designed external fields // *Anal. Sci. Japan Soc. for Anal. Chem.* 2004. V. 20 (3). P. 423–434.
9. *Cheremisin A.A., Kushnarenko A.V.* Photophoretic interaction of aerosol particles and its effect on coagulation in rarefied gas medium // *J. Aerosol Sci.* 2013. V. 62. P. 26–39.
10. *Smith D., Woods C., Seddon A., Hoerber H.* Photophoretic separation of single-walled carbon nanotubes: a novel approach to selective chiral sorting // *Phys. Chem. Chem. Phys. Roy. Soc. of Chem. (RSC).* 2014. V. 16(11). P. 5221–5228.
11. *Cortes J., Stanczak C., Azadi M., Narula M. et al.* Photophoretic levitation: photophoretic levitation of macroscopic nanocardboard plates // *Adv. Mater.* 2020. V. 32 (16). P. 207–227.
12. *Schafer B., Kim J., Vlassak J., Keith D.* Towards photophoretically levitating macroscopic sensors in the stratosphere // *Appl. Phys.* 2022. P. 1–39.
13. *Малай Н.В., Шукин Е.Р., Стукалов А.А., Рязанов К.С.* Гравитационное движение равномерно нагретой твердой частицы в газообразной среде // *ПМТФ.* 2008. Т. 49. № 1. С. 74 — 80.
14. *Малай Н.В., Рязанов К.С., Шукин Е.Р., Стукалов А.А.* О силе, действующей на нагретую сферическую каплю, движущуюся в газообразной среде // *ПМТФ.* 2011. Т. 52. № 4. С. 63 — 71.
15. *Малай Н.В., Лиманская А.В., Шукин Е.Р.* Термофоретическое движение нагретых крупных аэрозольных частиц сферической формы // *ПМТФ.* 2016. Т. 57. № 2(336). С. 164–171.
16. *Малай Н.В., Лиманская А.В., Шукин Е.Р., Стукалов А.А.* Фотофорез нагретых крупных аэрозольных частиц сферической формы // *ЖТФ.* 2012. Т. 82. Вып. 10. С. 42–50.
17. *Малай Н.В., Лиманская А.В., Шукин Е.Р.* Решение краевой задачи для линеаризованного по скорости уравнения Навье–Стокса в случае неизотермического обтекания равномерно нагретой сферы газообразной средой // *Дифф. ур-я.* 2015. Т. 51. № 10. С. 1328–1337.
18. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Т. VI. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2003. 736 с.
19. *Бретинайдер Ст.* Свойства газов и жидкостей. Инженерные методы расчета. М.: Химия, 1966. 535 с.
20. *Варгафтик Н.Б.* Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.
21. *Юшканов А.А., Савков С.А., Яламов Ю.И.* О зависимости коэффициентов скольжения от модели межмолекулярного взаимодействия // *Инж.-физ. ж.* 1986. Т. 51. № 4. С. 686–687.
22. *Яламов Ю.И., Поддоскин А.Б., Юшканов А.А.* О граничных условиях при обтекании неоднородно нагретым газом сферической поверхности малой кривизны // *Докл. АН СССР.* 1980. Т. 237. № 2. С. 1047–1050.
23. *Хэппель Дж., Бреннер Г.* Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 630 с.
24. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Лань, 2003. 576 с.

25. Малай Н.В., Шукин Е.Р., Лиманская А.В. Фотофорез крупной летучей сферической капли при малых перепадах температуры в ее окрестности с учетом термодиффузии // Научн. вестн. Белгород. гос. ун-та. Математика и Физика. 2009. Т. 17. № 13(65). С. 84–99.

Features of the Photophoretic Motion of an Evaporating Droplet in a Viscous Non-Isothermal Binary Gas Medium

N. V. Malai^{a, #}, P. V. Sohan^{a, ##}, Yu. I. Shostak^{a, ###}

^aBelgorod State National Research University, Belgorod, Russia

[#]e-mail: malay@bsu.edu.ru,

^{##}e-mail: sokhanp95@gmail.com,

^{###}e-mail: juliashostak@mail.ru

A theoretical description of the photophoretic motion in a viscous nonisothermal binary gas mixture of a large evaporating spherical droplet with significant relative temperature differences in its vicinity is carried out in the quasi-stationary approximation for small Reynolds and Pecle numbers. When describing the properties of a gaseous medium, a power-law type of dependence of the coefficients of molecular transport (viscosity, diffusion and thermal conductivity) and density on temperature was taken into account. Numerical estimates have shown the nonlinear nature of the dependence of the photophoretic force and velocity on the average temperature of the droplet surface.

Keywords: photophoresis of a large heated evaporating droplet.

REFERENCES

1. Yalamov Yu.I., Kutukov V.B., Shchukin E.R. Theory of the photophoretic motion of the large-size volatile aerosol particle // *J. Colloid&Interface Sci.*, 1976, vol. 57(3), pp. 564–571.
2. Beresnev S.A., Kochneva L.B. The factor of asymmetry of radiation absorption and aerosol photophoresis // *Optics Atmosph.&Ocean*, 2003, vol. 16, no. 2, pp.134 — 141.
3. Greene W.M., Spjut R.E., Bar-Ziv E. et al. Photophoresis of irradiated spheres: absorption centers // *J. Opt. Soc. Amer. B*, 1985, vol. 2, no. 6, pp. 998–1004.
4. Preining O. Photophoresis //in: *Aerosol Science* / Ed. by Davis C.N. N.Y.: Acad. Press, 1966. pp. 111–135.
5. Boren K., Hafman D. Absorption and Scattering of Light by Small Particles. Moscow: Mir, 1986. 384 p. (in Russian)
6. Volkovitsky O.A., Sedunov Yu.S., Semenov L.P. Propagation of Intense Laser Radiation in Clouds. Leningrad: Hydrometeoizdat, 1982. 312 p. (in Russian)
7. Ryazanov K.S., Popov I.V., Malai N.V. Calculation of the distribution of absorbed electromagnetic energy inside spherical particles // *Svid. about the State Reg. of the Comput. Progr. no. 2010616043 14.09.2010.*
8. Hitoshi W., Hideaki M., Satoshi T., Masayori S. et al. Migration analysis of micro-particles in liquids using microscopically designed external fields // *Anal. Sci. Japan Soc. for Anal. Chem.*, 2004, vol. 20 (3), pp. 423–434.
9. Cheremisin A.A., Kushnarenko A.V. Photophoretic interaction of aerosol particles and its effect on coagulation in rarefied gas medium // *J. Aerosol Sci.*, 2013, vol. 62, pp. 26–39.
10. Smith D., Woods C., Seddon A., Hoerber H. Photophoretic separation of single-walled carbon nanotubes: a novel approach to selective chiral sorting // *Phys. Chem. Chem. Phys. Roy. Soc. Chem. (RSC)*, 2014, vol. 16(11), pp. 5221–5228.
11. Cortes J., Stanczak C., Azadi M., Narula M. et al. Photophoretic levitation: photophoretic levitation of macroscopic nanocardboard plates // *Adv. Mater.*, 2020, vol. 32 (16), pp. 207–227.
12. Schafer B., Kim J., Vlassak J., Keith D. Towards photophoretically levitating macroscopic sensors in the stratosphere // *Appl. Phys.*, 2022, pp. 1–39.
13. Malai N.V., Shchukin E.R., Stukalov A.A., Ryazanov K.S. Gravitational motion of a uniformly heated solid particle in a gaseous medium // *J. Appl. Mech.&Tech. Phys.*, 2008, vol. 49, no. 1, pp. 74–80.

14. *Malai N.V., Ryazanov K.S., Shchukin E.R., Stukalov A.A.* On the force acting on a heated spherical drop moving in a gaseous medium // *J. Appl. Mech.&Tech. Phys.*, 2011, vol. 52, no. 4, pp. 63 – 71.
15. *Malai N.V., Limanskaya A.V., Shchukin E.R.* Thermophoretic motion of heated large aerosol particles of spherical shape // *J. Appl. Mech.&Tech. Phys.*, 2016, vol. 57, no. 2(336), pp. 164–171.
16. *Malai N.V., Limanskaya A.V., Shchukin E.R., Stukalov A.A.* Photophoresis of heated large aerosol particles of spherical shape // *Tech. Phys.*, 2012, vol. 82, no. 10, pp. 42–50.
17. *Malai N.V., Limanskaya A.V., Shchukin E.R.* Solution of the boundary value problem for the Navier–Stokes equation linearized by velocity in the case of non-isothermal flow around a uniformly heated sphere by a gaseous medium // *Diff. Eqns.*, 2015, vol. 51, no. 10, pp. 1328–1337.
18. *Landau L.D., Lifshits E.M.* Vol. VI. Hydrodynamics. Moscow: Fizmatlit, 2003. 736 p. (in Russian)
19. *Bretschneider St.* Properties of Gases and Liquids. Engineering Methods of Calculation. Moscow: Chemistry, 1966. 535 p. (in Russian)
20. *Vargaftik N.B.* Handbook of Thermophysical Properties of Gases and Liquids. Moscow: Nauka, 1972. 720 p. (in Russian)
21. *Yushkanov A.A., Savkov S.A., Yalamov Yu.I.* On the dependence of slip coefficients on the model of intermolecular interaction // *J. Engng. Phys.& Thermophys.*, 1986, vol. 51, no. 4, pp. 686–687.
22. *Yalamov Yu.I., Poddoskin A.B., Yushkanov A.A.* On boundary conditions in the flow of inhomogeneously heated gas around a spherical surface of small curvature // *Dok I. AN USSR*, 1980, vol. 237, no. 2, pp. 1047–1050.
23. *Happel J., Brenner G.* Hydrodynamics at Small Reynolds Numbers. Moscow: Mir, 1976. 630 p. (in Russian)
24. *Kamke E.* Handbook of Ordinary Differential Equations. Moscow: Lan, 2003. 576 p. (in Russian)
25. *Malai N.V., Shchukin E.R., Limanskaya A.V.* Photophoresis of a large volatile spherical droplet at small temperature differences in its vicinity, taking into account thermal diffusion // *Sci. Bull. Belgorod State Univ. Math.&Phys.*, 2009, vol. 17, no. 13(65), pp. 84–99.