
МОДЕЛИРОВАНИЕ АМПЛИТУДЫ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ СТЕРЖНЕВОЙ СИСТЕМЫ ПРИ УДАРЕ ПАДАЮЩЕГО ГРУЗА С УЧЕТОМ ДЕФОРМАЦИИ В ОБЛАСТИ КОНТАКТА

© 2023 г. А. А. Битюрин^{1,*}

¹Ульяновский государственный технический университет, Ульяновск, Россия

*e-mail: sntk_2015@maul.ru

Поступила в редакцию 11.11.2022 г.

После доработки 18.05.2023 г.

Принята к публикации 20.06.2023 г.

Рассматривается колебательный процесс стержневой системы произвольной формы при ударном взаимодействии с падающим грузом. Система может состоять из большого числа стержней, соединенных между собой жестко или шарнирно, причем нанесение удара предполагается по одному из стержневых элементов, вызывая, таким образом, сложный колебательный процесс.

В качестве примера моделируются колебания жестко заделанной статически неопределимой плоской двухстоечной рамы, испытывающей падение груза заданной массы и предударной скорости. Одна из вертикальных стоек рамы имеет начальную кривизну, наличие которой влияет на максимальную амплитуду возникающих при ударе поперечных колебаний. Удар груза о ригель рамы моделируется при учете деформации в области контакта, что оправдано с точки зрения точности проводимых расчетов, поскольку в противном случае величина ударной силы окажется завышенной. При моделировании ударного взаимодействия груза и рассматриваемой стержневой системы принимается, что падающий груз имеет форму цилиндра с определенной длиной образующей. Используется линеаризация зависимости между усилием и деформацией цилиндрических поверхностей.

Предлагаемая методика моделирования амплитуды поперечных колебаний дает возможность дальнейшего исследования характеристик колебательного процесса в зависимости от массы падающего груза и его предударной скорости, а также от конфигурации стержневой системы. Подчеркивается актуальность работы для расчетов элементов конструкций самого различного назначения, испытывающих ударное воздействие, поскольку представленная модель может быть использована для инженерных расчетов широкого класса стержневых систем.

Ключевые слова: стержневая система, рама, стойка, ригель, прогиб, колебательный процесс, груз, скорость, масса, деформация, моделирование

DOI: 10.31857/S0032823523040021, EDN: WDGPEH

1. Введение. Применение различных стержневых систем в строительстве, машиностроении и прочих отраслях настолько широко и многообразно, что обсуждение этого вопроса излишне. В большинстве случаев системы стержней выполняют функции несущих конструкций, воспринимающих как статическую, так и динамическую нагрузки. Последняя возникает при внезапном приложении внешней силы, например при ударном нагружении.

Ударная нагрузка может возникать как в процессе эксплуатации конструкции, так и при возникновении аварийной ситуации, например при взрыве, сейсмической активности, дорожно-транспортном происшествии, и т.д.

Решение задач расчета механических систем на динамическую нагрузку имеет важнейшее значение, поскольку неучет динамического характера взаимодействия элементов конструкций существенно сказывается на точности проводимых расчетов, а нередко приводит и к неверному результату [1–5].

Как уже отмечалось в предыдущих работах [2–6], основную сложность решения динамических задач представляет их нелинейность. Решение поставленной задачи усложняется, если кроме возникающих сил инерции при динамическом нагружении, дополнительно учитываются упругие или пластические деформации в области ударного взаимодействия тех или иных элементов.

В известных исследованиях [2–6] динамический расчет реализовывался для идеальных прямолинейных стержневых элементов, не имеющих дефектов в виде кривизны, трещин в материале и т.д., и при отсутствии начальных внешних воздействий в виде изгибающего момента и поперечной силы, углового перемещения начального сечения. Однако, в реальных конструкциях практически всегда присутствуют те или иные дефекты или несовершенства в виде кривизны, различных эксцентриситетов, неоднородности материала, и прочее. В задачах для многоэлементных стержневых систем возникает дополнительная начальная нагрузка в жестких узлах соединений стержневых элементов.

Вследствие упругой деформации в зоне контакта процесс удара усложняется и возникает несколько повторных соударений. Впервые учет местных деформаций в области контакта для стержня был осуществлен С.П. Тимошенко [7]. В дальнейшем его теория была использована другими исследователями, в частности Б.М. Абрамовым и А.Б. Абрамовым [8]. В своей работе они рассматривают колебания и усилия, возникающие от удара упругого стержня о середину двухопорной балки [8]. Частным случаем является удар твердого тела о балку и продольный удар упругого стержня о жесткую преграду.

Учет пластической деформации при соударении тел требует задействования обширной теории пластичности, что дополнительно усложняет решение поставленной задачи.

В современных научных работах обсуждается решение задач устойчивости упругих арок при наличии стягивающих нитей [9], исследуются изгибные волны в балке, имеющей повреждения в материале [10], разрабатываются модели изгиба упругих тонких стержней с применением метода конечных элементов [11]. Исследованию колебаний и устойчивости плоских рам посвящены иностранные работы [12–15]. Как отмечено авторами работ [9–15], намеченные подходы к решению поставленных задач актуальны для повышения точности соответствующих технических расчетов.

Таким образом, проблема учета влияния тех или иных внешних воздействий, в том числе и динамических на дальнейшее поведение различного рода стержневых систем, имеющих широкое распространение, на сегодняшний день довольно ярко выражена, несмотря на нередко кажущееся ее отсутствие или несущественность.

2. Постановка задачи и методика решения. В настоящей работе разрабатывается модель расчета амплитуды поперечных колебаний стержневой системы, содержащей n жестко или шарнирно соединенных стержневых элементов длиной l , один из которых воспринимает ударное воздействие падающего груза массой m (рис. 1).

Вначале известными методами [1] вычисляется циклическая частота колебаний рассматриваемой стержневой системы. Далее, стержневой элемент, воспринимающий ударную нагрузку, представляется в виде жестко или шарнирно соединенной балки определенной длины, частота свободных поперечных колебаний которой ω

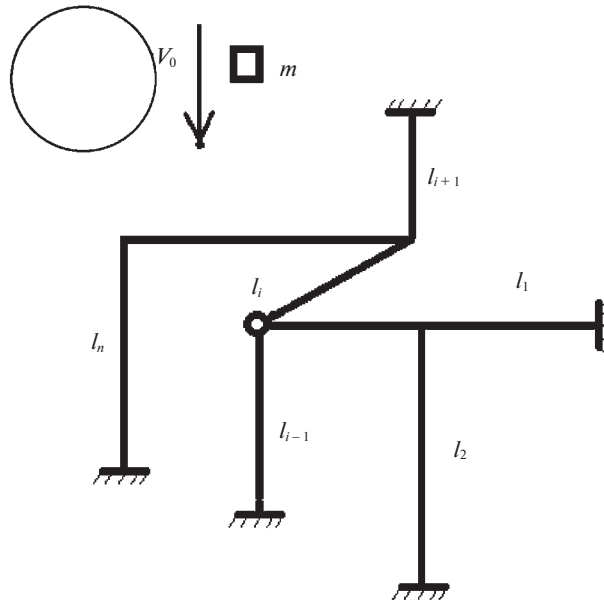


Рис. 1.

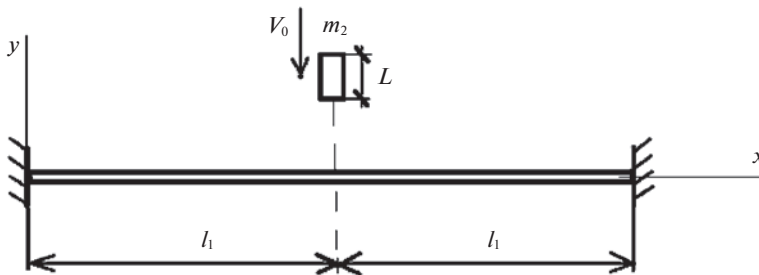


Рис. 2.

совпадает с частотой собственных колебаний исходной стержневой системы. Для построения модели взаимодействия падающего груза с рассматриваемой балкой, груз, имеющий предупредную скорость V_0 , представляется в виде цилиндра с длиной образующей L , массой m_2 (рис. 2), что позволяет использовать линеаризацию зависимости между усилием и деформацией цилиндрических поверхностей [8].

Следующий этап – это решение уравнения Релея поперечных колебаний балки с учетом инерции поворота (рис. 2), но без учета поперечных сдвигов и продольных колебаний [8]:

$$\begin{aligned} \varphi^4 \left(\partial^4 y / \partial x^4 \right) + \left(\partial^2 y / \partial t^2 \right) - r^2 \left(\partial^4 y / \partial x^2 \partial t^2 \right) &= 0 \\ \varphi^4 &= E_1 I_1 / m_1, \quad 0 \leq x \leq l_1 - 0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Для ударного груза (стержня) справедливо волновое уравнение

$$\left(\partial^2 y / \partial t^2\right) - a^2 \left(\partial^2 y / \partial x^2\right) = 0, \quad a^2 = E_2 / \rho l_1 + 0 \leq x \leq l_1 + L, \quad (2.2)$$

где E_2 – модуль упругости материала груза; r – радиус инерции сечения балки; ρ – плотность материала падающего груза (стержня), m_1 – единичная масса балки, $E_1 I_1$ – изгибная жесткость балки, равная изгибной жесткости стержневого элемента исходной системы (рис. 1), воспринимающего удар.

Задавая соответствующие начальные и граничные условия в зависимости от предударного состояния балки (рис. 2), а также, опуская математические преобразования [8], и вводя обозначения $\delta_1 = (m_2 / 2m_1 l_1)$, $\delta_2 = (c l_1^3 / 6E_1 I_1)$, $(\sqrt{\omega_k} / \phi) l_1 = \phi_k$, получаем выражение для расчета ударной силы P :

$$P = \left(m_2 V_0 / l_1\right) \sqrt{E_1 I_1 / m_1} \times \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\phi_k^2 \sin\left(\phi_k^2 / l_1^2\right) \phi^2 t}{1 + \left(\delta_1 \phi_k^2 / 4l_1\right) \int_0^{l_1} \left(\sin\left(\phi_k / l_1\right) x / \cos \phi_k - \left(\text{sh}\left(\phi_k / l_1\right) x / \text{ch} \phi_k\right)^2 dx}, \quad (2.3)$$

где c – коэффициент пропорциональности между силой удара и местной деформацией. В дальнейшем, при известном значении ударной силы в зависимости от постановки задачи можно рассчитать различные параметры колебательного процесса рассматриваемой исходной стержневой системы (рис. 1).

На практике наиболее часто имеет место нецентрально ударное взаимодействие груза и балки со смещением от ее середины на расстояние x . Воспользуемся приближенным условием равенства максимальных прогибов $(y_{\max})_1$ при падении груза на первоначальную балку при имеющемся смещении ударного взаимодействия x от ее середины (рис. 3, а), и прогиба $(y_{\max})_2$ при падении груза в среднем сечении балки большей изгибной жесткости $E_1 I_1'$ (рис. 3, б), методика расчета ударной силы для которой известна [8].

При одинаковом материале обеих балок ($E_1 = \text{const}$), опуская ряд преобразований [20], можно рассчитать момент инерции поперечного сечения I_1' по формуле:

$$I_1' = \frac{l_1^3 I_1 (2l_1 - x)^2}{4(l_1 - x)^3 (l_1 + x)^2}, \quad (2.4)$$

при $0 \leq x \leq l_1$.

3. Пример. Рассмотрим колебательный процесс, возникающий при ударном взаимодействии падающего груза массой $m_2 = 10$ кг и имеющего предупредную скорость $V_0 = 1$ м/с, с жестко заделанной П-образной статически неопределимой плоской рамой (рис. 4).

Длина ригеля $2l$ и высота стоек h равны 2 м, размер сечения стоек и ригеля 0.03×0.03 м², материал – сталь СТ-5. Груз имеет форму цилиндра с длиной образующей L и падает строго в среднем сечении ригеля ($x = 0$, рис. 4). Координата x точки приложения ударной силы отсчитывается от середины ригеля рамы в направлении исследуемой стойки (рис. 4). Рассматривается случай прямолинейной стойки рамы и случай начального прогиба стойки $y_0 = 5$ мм.

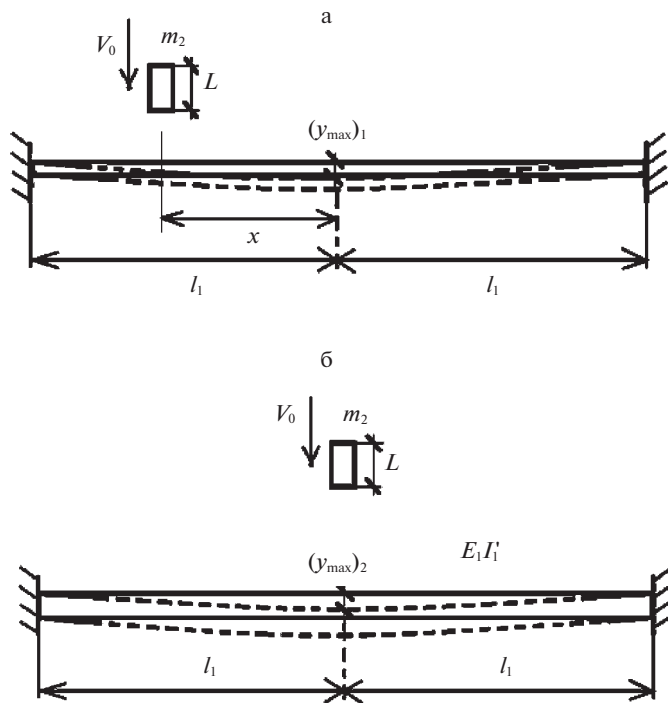


Рис. 3.

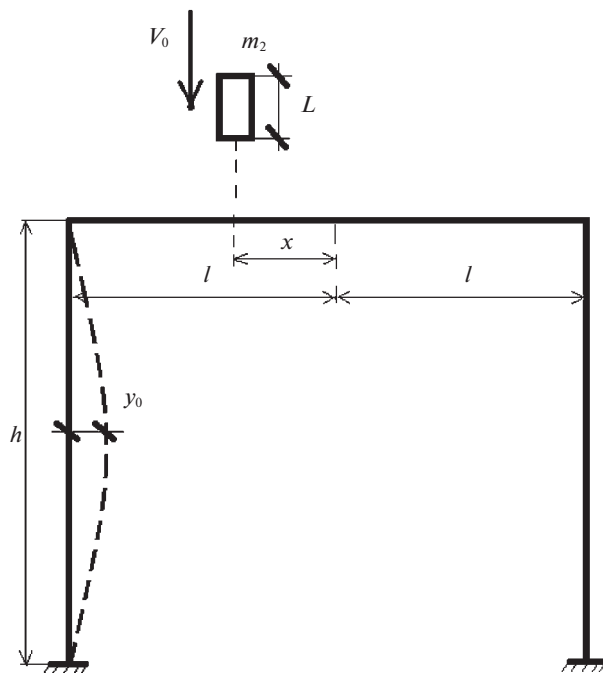


Рис. 4.

Для вычисления циклической частоты собственных колебаний рассматриваемой плоской рамы при внезапно приложенной силе P применяется метод Релея [1]:

$$\omega = \sqrt{\frac{105 \cdot 64 \cdot (2k + 1) \cdot (k + 2)}{136k^2 + 117k + 26 + 48s^2k^2\beta} \cdot \frac{E_1 I_1}{m_1 l^4}} \quad (3.1)$$

где $s = \frac{h}{2l}$; $\beta = \frac{A_2 h}{2A_1 l}$; $k = \frac{I_1 h}{2I_2 l}$; I_1, I_2 – моменты инерции сечений ригеля и стойки относительно их продольных осей, m_1 – масса единицы длины ригеля, A_1 – площадь сечения ригеля, A_2 – площадь сечения стойки, E_1 – модуль упругости материала ригеля и стоек рамы. После подстановки исходных данных в формулу (3.1) получим значение $\omega = 149$ р/с.

Далее, реализуется замена ригеля жестко заделанной по обоим торцам балкой (рис. 2), имеющей ту же частоту собственных колебаний ω , что и исходная рама (рис. 4). Изгибная жесткость и единичная масса балки и ригеля рамы совпадают. Длина $2l_1$ балки будет в этом случае отличаться от длины ригеля $2l$. Для вычисления длины балки воспользуемся зависимостью, приведенной в [20]:

$$2l_1 = 0.75\pi \sqrt[4]{\frac{E_1 I_1}{m_1 \omega^2}} \quad (3.2)$$

в соответствии с которой получим $2l_1 = 2.56$ м.

Введение множителя 2 при l_1 удобно для последующей процедуры моделирования. Для решения уравнений продольных и поперечных колебаний (2.1), (2.2) груза задаются соответствующие начальные и граничные условия [8]:

$$\text{а) } y = 0 \text{ при } 0 \leq x_1 \leq \alpha L; \quad \text{б) } (\partial y / \partial t) = f(x_1), \quad (3.3)$$

где $f(x_1) = 0$ при $0 \leq x_1 \leq l_1 - 0$ и $f(x_1) = v$ при $l_1 + 0 \leq x_1 \leq l_1 + \alpha L$, $\alpha = \frac{m_2}{2Lm_1}$

$$\text{а) } \sum_{k=1}^{\infty} B_k X_k = 0; \quad \text{б) } \sum_{k=1}^{\infty} A_k \omega_k X_k = f(x_1), \quad (3.4)$$

условия для функции y и каждой функции X_k [8]:

$$\begin{aligned} \text{а) } X_k(0) = 0; \quad \text{б) } X_k''(0) = 0; \quad \text{в) } X_k'(l_1 - 0) = 0 \\ \text{г) } X_k'''(l_1 - 0) + \frac{c}{2E_1 I_1} [X_k(l_1 + 0) - X_k(l_1 - 0)] = 0 \\ \text{д) } X_k'(l_1 + 0) - \frac{c}{E_2 A_3 \alpha} [X_k(l_1 + 0) - X_k(l_1 - 0)] = 0; \quad \text{е) } X_k'(l_1 + \alpha L) = 0, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где c – коэффициент пропорциональности между силой удара и местной деформацией; A_3 – площадь сечения падающего груза [8]. Условие г) получено из выражения для скачка $\frac{\partial^3 y}{\partial x_1^3}$ в точке приложения сосредоточенной силы, которая равна $c[y(l_1 + 0) - y(l_1 - 0)]$.

Условие д) учитывает, что $\frac{\partial y(l + 0)}{\partial x} = \alpha \frac{\partial y(l + 0)}{\partial x_1}$ [8].

Далее, в соответствии с зависимостью (2.3), вычисляется ударная сила P в области контакта ригеля рамы и падающего груза. При дальнейших расчетах максимального прогиба стойки рамы, мы используем полученное значение величины ударной силы, возникающей при ударном взаимодействии груза и балки (рис. 2).

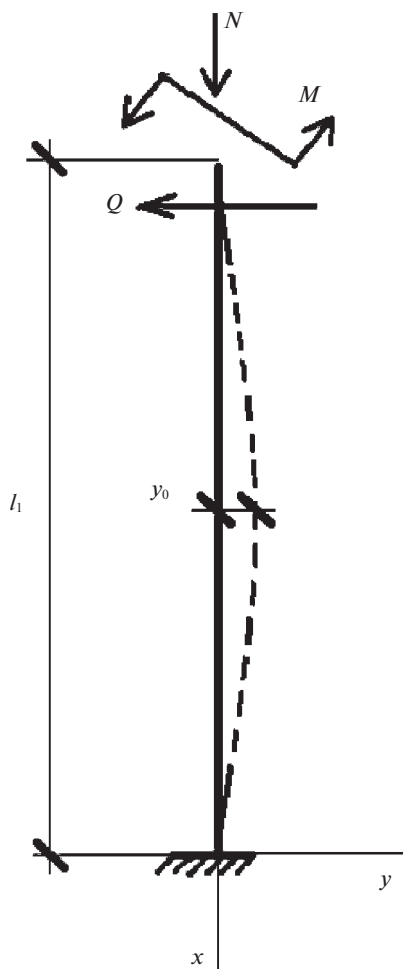


Рис. 5.

В результате падения груза на ригель рамы вертикальная стойка (рис. 5), являющаяся жестко заделанным стержнем по обоим торцам, будет испытывать воздействие продольной и поперечной нагрузки, изгибающего момента, вследствие чего возникнут поперечные колебания. Амплитуда колебаний будет рассчитана методом начальных параметров с применением волновой модели продольного удара, учитывая, что указанные выше нагрузки являются кратковременными [16–19].

Осуществляя переход к исходной раме, и учитывая вид закрепления ее ригеля, будем иметь значение продольной нагрузки, действующей на вертикальную стойку рамы N , зависящую при этом и от координаты x сечения ударного взаимодействия с грузом (рис. 4).

Применительно к стойке рамы используется новая система координат y, x (рис. 5), и задавая соответствующие граничные условия, решается дифференциальное уравнение изогнутой оси стержня постоянного поперечного сечения, несущего равномерно распределенную массу [16]:

$$\left(dy^4/d\xi^4\right) + v^2 \left(d^2y/d\xi^2\right) - u^4y = 0, \quad (3.6)$$

где y – прогиб оси стержня (стойки), $\xi = x/h$ относительная координата, $v^2 = Nh^2/E_1I_2$; $u^4 = (m_3\omega^2h^4/E_1I_2)$, N – продольная сила (положительная при сжатии), h – высота стойки, E_1I_2 – изгибная жесткость стойки, m_3 – масса единицы длины стойки, ω – частота свободных колебаний рамы.

После ряда преобразований [16] применительно к рассматриваемой плоской раме (рис. 4), для обоих случаев соответственно, будем иметь:

$$y_{\max} = (2y_0 + hv_0)F_{\xi}^{IV} - \frac{Ph^2}{12E_1I_2}F_{\xi}^{III} - \frac{0.125Ph^3}{E_1I_2}F_{\xi}^{II} \quad (3.7)$$

$$y_{\max} = hv_0F_{\xi}^{IV} - \frac{Ph^2}{12E_1I_2}F_{\xi}^{III} - \frac{0.125Ph^3}{E_1I_2}F_{\xi}^{II}, \quad (3.8)$$

где F_{ξ} – функция, зависящая от корней уравнения (3.6) и параметра ξ ; $F_{\xi}^I, F_{\xi}^{II}, F_{\xi}^{III}, F_{\xi}^{IV}, F_{\xi}^V, F_{\xi}^{VI}$ – производные этой функции.

После проведения расчетов, получим при $y_0 = 5$ мм искомую максимальную амплитуду колебаний стойки рамы $y_{\max}^* = 0.29$ мм и при y_0 равным нулю (прямолинейная стойка) $y_{\max}^* = 0.12$ мм.

4. Анализ результатов и выводы. В работе осуществлялось моделирование максимальной амплитуды поперечных колебаний стойки рамы в зависимости от различных значений начального прогиба левой стойки y_0 (рис. 4, 5), массы падающего груза m_2 , предупредной скорости груза V_0 и координаты падения груза x . Высота стойки рамы, длина ригеля, размеры сечения и материал остаются без изменений.

Результаты моделирования иллюстрированы на графиках (рис. 6, а–г). Цифрой 1 обозначена зависимость y_{\max}^* для стойки рамы, имеющей постоянный начальный прогиб $y_0 = 5$ мм, цифрой 2 – для прямолинейной стойки, при различных m_2 и V_0 .

Зависимость y_{\max}^* от начального прогиба y_0 стойки (рис. 6, а) представлена для интервала изменения y_0 от 0 до 10 мм при $m_2 = 10$ кг и $V_0 = 3$ м/с.

График изменения y_{\max}^* на рис. 6, б представлен в зависимости от массы груза, падающего в среднем сечении ригеля рамы ($x = 0$, рис. 4), при $V_0 = 3$ м/с.

Зависимость y_{\max}^* от предупредной скорости V_0 груза $m_2 = 10$ кг, падающего на ригель в его среднем сечении (рис. 6, в) представлена для интервала изменения от 1 м/с до 10 м/с.

Зависимость y_{\max}^* от координаты падения груза на ригель представлена для интервала изменения x от 0 до 0.81 в направлении исследуемой стойки рамы от среднего сечения ригеля (рис. 4). Результаты получены при $m_2 = 10$ кг и $V_0 = 1$ м/с (рис. 6, г).

На основании полученных результатов можно сформулировать следующие выводы:

1. Во всех случаях изменение амплитуды поперечных колебаний стойки y_{\max}^* в зависимости от тех или иных параметров динамического процесса, имеет нелинейный характер (рис. 6, а–г).

2. При возрастании координаты x падения груза на ригель рамы амплитуда поперечных колебаний стойки, имеющей начальный прогиб, возрастает многократно быстрее в сравнении с амплитудой колебаний прямолинейной стойки, (рис. 6, г). Схожая картина имеет место и при возрастающей массе падающего груза (рис. 6, б), что вызывает немалый научный интерес.

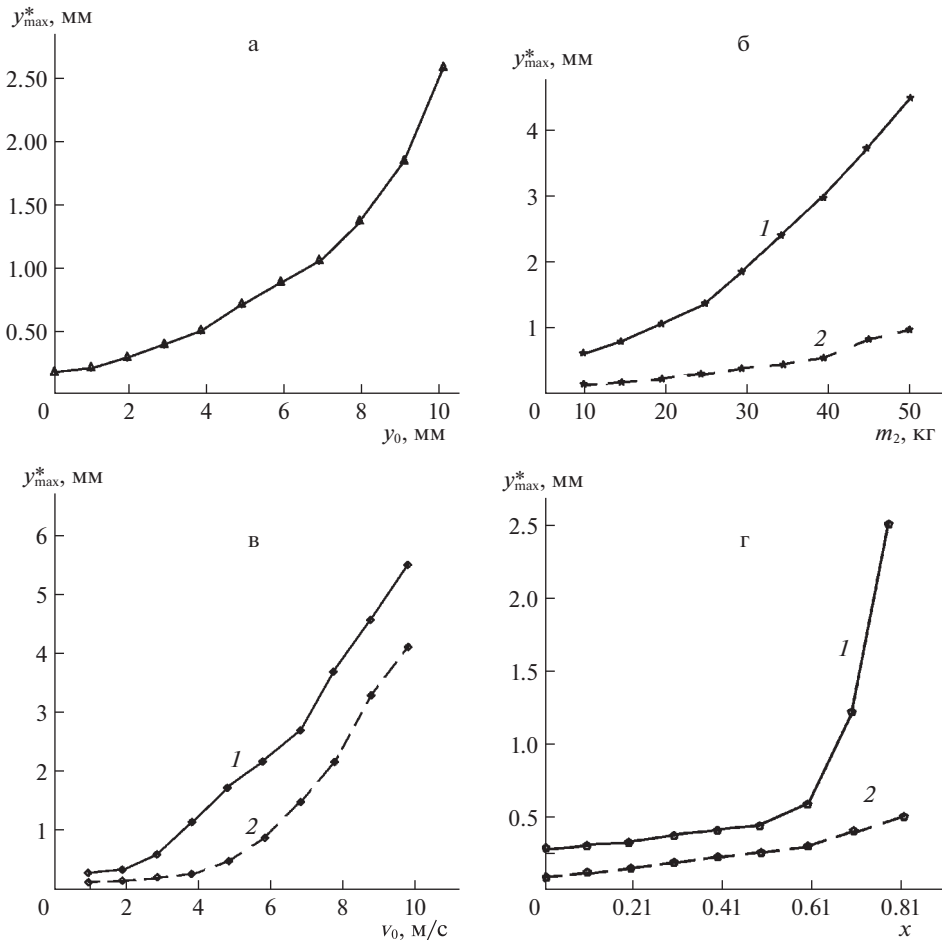


Рис. 6.

3. С ростом предупредной скорости груза амплитуды поперечных колебаний стойки в обоих исследуемых случаях возрастают практически одинаково (рис. 6, в).

Заключение. В представленной работе, с применением метода начальных параметров и подхода, учитывающего деформацию в области контакта соударяемых тел, изложена методика расчета амплитуды поперечных колебаний произвольной стержневой системы, испытывающей поперечный удар падающего груза. Учет местной деформации, как было отмечено выше, позволяет получить более точные результаты расчета ударной силы, поскольку в этом случае учитывается рассеяние энергии удара. Моделируя соударение тел, как абсолютно жестких, значения ударной силы получаются завышенными, поэтому применение методики расчета, разработанной в [8] с использованием линеаризации зависимости между усилием и деформацией цилиндрических поверхностей существенно повышает точность расчета.

Дальнейшее развитие обозначенных в работе подходов в своей совокупности даст возможность расчета более разнообразных стержневых систем и конструкций, воспринимающих ударную нагрузку. Такие задачи актуальны при моделировании воз-

действий взрывов, землетрясений, и прочих аварийных ситуаций, сопровождающихся динамическим воздействием на различные сооружения.

Необходимо отметить, что представленная модель расчета ударной силы с учетом деформации в области контакта, позволяет осуществлять моделирование динамического взаимодействия груза и стержневых элементов конструкций из самых различных материалов, применяющихся в технике и строительстве.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Филиппов А.П.* Колебания деформируемых систем. М.: Машиностроение, 1970. 732 с.
2. *Лаврентьев М.А., Ишлинский А.Ю.* Динамические формы потери устойчивости упругих систем // Докл. АН СССР. 1949. Т. 65. № 6. С. 112–119.
3. *Малый В.И.* Длинноволновое приближение в задачах о потере устойчивости при ударе // Изв. АН СССР. МТТ. 1972. № 4. С. 138–144.
4. *Малый В.И.* Выпучивание стержня при продольном ударе. Малые прогибы // Изв. АН СССР. МТТ. 1973. № 4. С. 181–186.
5. *Малый В.И.* Выпучивание стержня при продольном ударе. Большие прогибы // Изв. АН СССР. МТТ. 1975. № 1. С. 52–61.
6. *Мальшев Б.М.* Устойчивость стержня при ударном сжатии // Изв. АН СССР. МТТ. 1966. № 4. С. 137–142.
7. *Тимошенко С.П.* Колебания в инженерном деле. М.: Физматгиз, 1959. 474 с.
8. *Абрамов А.Б., Абрамов Б.М.* Определение усилий при продольно-поперечном ударе // Изв. вузов. Строительство и архитектура. 1975. № 9. С. 58–64.
9. *Тарасов В.Н.* Об устойчивости подкрепленных арок // Вычисл. мех. сплошных сред. 2019. Т. 12. № 2. С. 202–214.
10. *Бриккель Д.М., Ерофеев В.И., Леонтьева А.В.* Распространение изгибных волн в балке, материал которой накапливает повреждения в процессе эксплуатации // Вычисл. мех. сплошных сред. 2020. Т. 13. № 1. С. 108–116.
11. *Саркисян С.О., Хачатрян М.В.* Построение модели изгиба микрополярных упругих тонких стержней с круговой осью и ее реализация методом конечных элементов // Вычисл. мех. сплошных сред. 2020. Т. 13. № 3. С. 256–268.
12. *Szmidla J., Wiktorowicz J.* The vibration and the stability of a flat frame type Γ realizing the Eulers load taking into account the vulnerability of the structural node connecting the pole and the bolt of the system // Vibrations in Phys. Syst. 2014. V. 26. P. 297–304.
13. *Szmidla J.* Vibrations and stability of T-type frame loaded by longitudinal force in relation to its bolt // Thin Walled Struct. 2007. V. 45 (10–11). P. 931–935.
14. *Sochacki W., Rosikon P., Topczewska S.* Constructional damping mounting influence on T type frame vibrations // J. Vibroengng. 2013. V. 15 (4). P. 1866–1872.
15. *Tomski L., Przybylski J., Szmidla J.* Stability and vibrations of a two-bar frame under a follower force // Zeit. Ang. Math. Mech. 1996. V. S5. Iss. 76. P. 521–522.
16. *Чудновский В.Г.* Методы расчета колебаний стержневых систем. Киев: Изд-во АН УССР, 1952. 403 с.
17. *Битюрин А.А.* Моделирование амплитуды поперечных колебаний однородного стержня при ударе о жесткую преграду с учетом собственного веса // Вестн. Пермского НИПУ. Механика. 2018. № 2. С. 16–23.
18. *Битюрин А.А.* Моделирование максимального прогиба ступенчатого стержня, имеющего начальную кривизну при ударе о жесткую преграду // Изв. РАН. МТТ. 2019. № 5. С. 131–141.
19. *Битюрин А.А.* Моделирование максимальной амплитуды поперечных колебаний однородных стержней при продольном ударе // Изв. РАН. МТТ. 2021. № 2. С. 98–109.
20. *Писаренко Г.С.* Справочник по сопротивлению материалов. Киев: Наук. думка. 1988. 736 с.

Simulation of The Amplitude of Transverse Oscillations of the Rod System upon Impact of a Falling Load, Taking into account Deformation in the Contact Area

A. A. Bityurin^{a,#}

^aUlyanovsk State Technical University, Ulyanovsk, Russia

[#]e-mail: sntk_2015@maul.ru

The oscillatory process of a rod system of arbitrary shape under shock interaction with a falling load is considered. The system may consist of a large number of rods connected to each other rigidly or pivotally, and striking is assumed to be one of the core elements, thus causing a complex oscillatory process.

As an example, vibrations of a rigidly sealed statically indeterminate flat two-post frame experiencing a drop of a load of a given mass and pre-impact velocity are simulated. One of the vertical pillars of the frame has an initial curvature, the presence of which affects the maximum amplitude of transverse vibrations arising from impact. The impact of the load on the frame crossbar is modeled taking into account the deformation in the contact area, which is justified from the point of view of the accuracy of the calculations, because otherwise the magnitude of the impact force will be overestimated. When modeling the impact interaction of the load and the rod system under consideration, it is assumed that the falling load has the shape of a cylinder with a certain length of the generatrix. Linearization of the relationship between force and deformation of cylindrical surfaces is used.

The proposed method of modeling the amplitude of transverse oscillations makes it possible to further study the characteristics of the oscillatory process depending on the mass of the falling load and its pre-impact velocity, as well as on the configuration of the rod system. The relevance of the work for calculations of structural elements of various purposes experiencing impact is emphasized, since the presented model can be used for engineering calculations of a wide class of core systems.

Keywords: rod system, frame, rack, crossbar, deflection, oscillatory process, load, speed, mass, deformation, modeling

REFERENCES

1. *Filippov A.P.* Vibrations of Deformable Systems. Moscow: Mech. Engng, 1970. 732 p.
2. *Lavrent'ev M.A., Ishlinskii A.Yu.* Dynamic buckling of elastic systems // Dokl. AN SSSR, 1949, vol. 65, no. 6, pp. 112–119.
3. *Maly V.I.* Long-wave approximation in the problems on the loss of stability at impact // Izv. AN SSSR. MTT, 1972, no. 4, pp. 138–144.
4. *Maly V.I.* Buckling of the rod under longitudinal impact. Small deflections // Izv. AN SSSR. MTT, 1973, no. 4, pp. 181–186.
5. *Maly V.I.* Buckling of the rod at longitudinal impact. Large deflections // Izv. AN SSSR. MTT, 1975, no. 1, pp. 52–61.
6. *Malyshev B.M.* Stability of a rod under shock compression // Izv. AN SSSR. MTT, 1966, no. 4, pp. 137–142.
7. *Timoshenko S.P.* Vibrations in Engineering. Moscow: Fizmatgiz, 1959. 474 p.
8. *Abramov A.B., Abramov B.M.* Determination of forces at longitudinal – transverse impact // Izv. vuzov. Constr.&Archit., 1975, no. 9, pp. 58–64.
9. *Tarasov V.N.* On the stability of reinforced arches // Comput. Mech. Contin. Media, 2019, vol. 12, no. 2, pp. 202–214.
10. *Brickell D.M., Erofeev V.I., Leont'eva A.V.* Distribution of Flexural waves in a beam, the material which accumulates damage in the process of operation // Comput. Mech. Contin. Media, 2020, vol. 13, no. 1, pp. 108–116.
11. *Sargsyan S.O., Khachatryan M.V.* the model of the bending of micropolar elastic thin terina with a circular axis and its implementation by the finite element method // Comput. Mech. Contin. Media, 2020, vol. 13, no. 3, pp. 256–268.

12. *Szmidla J., Wiktorowicz J.* The vibration and the stability of a flat frame type Γ realizing the Eulers load taking into account the vulnerability of the structural node connecting the pole and the bolt of the system // *Vibrations in Phys. Syst.*, 2014, vol. 26, pp. 297–304.
13. *Szmidla J.* Vibrations and stability of T-type frame loaded by longitudinal force in relation to its bolt // *Thin Walled Struct.*, 2007, vol. 45 (10–11), pp. 931–935.
14. *Sochacki W., Rosikon P., Topczewska S.* Constructional damping mounting influence on T type frame vibrations // *J. Vibroengng.*, 2013, vol. 15 (4), pp. 1866–1872.
15. *Tomski L., Przybylski J., Szmidla J.* Stability and vibrations of a two-bar frame under a follower force // *Zeit. Ang. Math. Mech.*, 1996, vol. S5, iss. 76, pp. 521–522.
16. *Chudnovsky G.V.* *Methods of Calculation of Fluctuations in the Core Systems.* Kiev: Acad. Sci. Ukrainian SSR, 1952. 403 p.
17. *Bityurin A.A.* Modeling of the amplitude of transverse vibrations of a homogeneous rod when hitting a rigid barrier, taking into account its own weight // *Bull. Perm Nat. Res. Polytech. Univ. Mechanics*, 2018, no. 2, pp. 16–23.
18. *Bityurin A.A.* Modeling the maximum deflection speed of the rod having an initial curvature on impact with a rigid barrier // *Izv. RAS. MTT*, 2019, no. 5, pp. 131–141.
19. *Bityurin A.A.*, Modeling of the maximum amplitude of transverse vibrations of homogeneous rods under longitudinal impact // *Izv. RAS. MTT*, 2021, no. 2, pp. 98–109.
20. *Pisarenko G.S.* *Handbook on the Resistance of Materials.* Kiev: Naukova Dumka, 1988. 736 p.